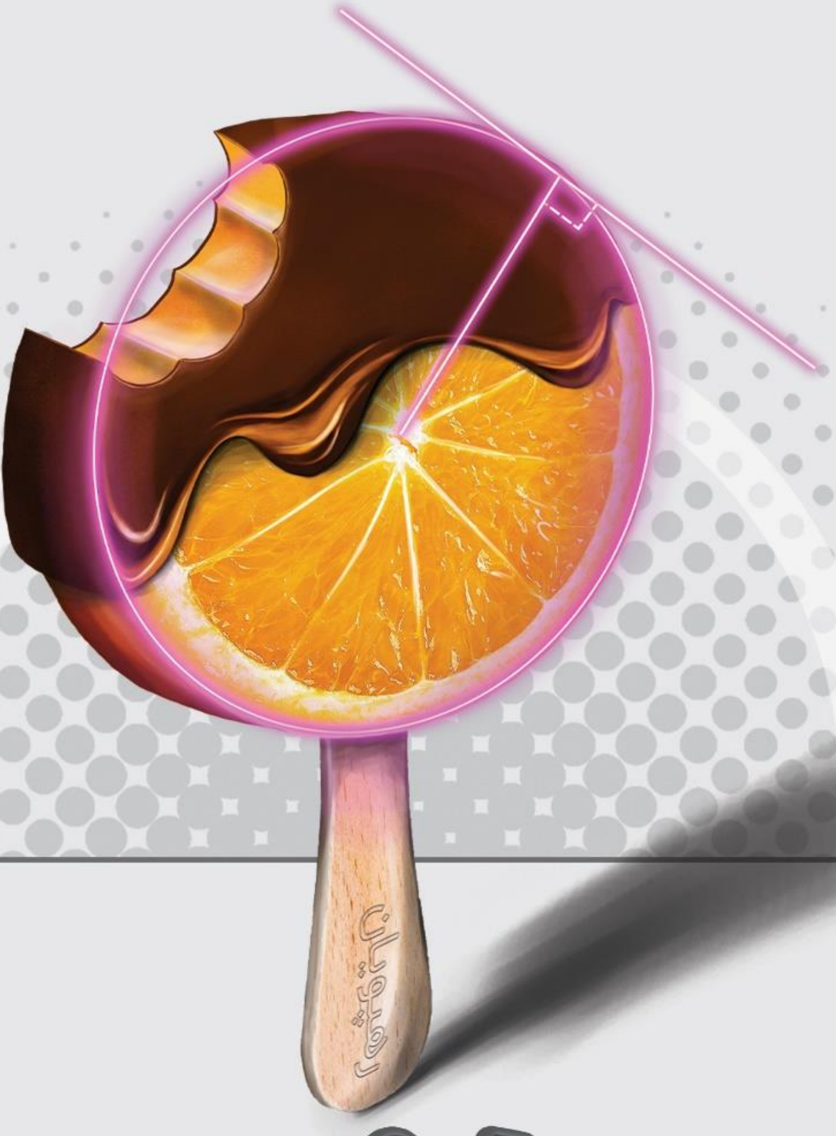
رهپویان
دانش و اندیشه

مجموعه سوال‌های تکمیلی ریاضی هشتم



ریاضی

پایه هشتم

گردآورنده: مهدی دهقان

فهرست

خلاصه درس ۱ – یادآوری عددهای صحیح ۴

خلاصه درس ۲ – معرفی عددهای گویا ۶

خلاصه درس ۳ – جمع و تفریق عددهای گویا ۸

خلاصه درس ۴ – ضرب و تقسیم عددهای گویا ۱۰

خلاصه درس ۵ – یادآوری عددهای اول ۱۲

خلاصه درس ۶ – تعیین عددهای اول ۱۴

خلاصه درس ۷ – چندضلعی‌ها و تقارن ۱۶

خلاصه درس ۸ – توازی و تعامد ۱۸

خلاصه درس ۹ – چهارضلعی‌ها ۲۰

خلاصه درس ۱۰ – زاویه‌های داخلی ۲۲

خلاصه درس ۱۱ – زاویه‌های خارجی ۲۴

خلاصه درس ۱۲ – یادآور عبارت‌های جبری ۲۶

خلاصه درس ۱۳ – ساده کردن عبارت‌های جبری ۲۸

خلاصه درس ۱۴ – پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری ۳۰

خلاصه درس ۱۵ – تجزیه عبارت‌های جبری ۳۲

خلاصه درس ۱۶ – معادله ۳۴

خلاصه درس ۱۷ – جمع بردارها ۳۶

خلاصه درس ۱۸ – ضرب عدد در بردار ۳۸

خلاصه درس ۱۹ – بردارهای واحد مختصات ۴۰

خلاصه درس ۲۰ – رابطه فیثاغورس ۴۲

خلاصه درس ۲۱ – شکل‌های هم‌نشهت ۴۴

خلاصه درس ۲۲ – مثلث‌های هم‌نهشت ۴۶

خلاصه درس ۲۳ - هم نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه ۴۸

خلاصه درس ۲۴ - توان ۵۰

خلاصه درس ۲۵ - تقسیم اعداد توان‌دار ۵۲
خلاصه درس ۲۶ - محاسبات اعداد توان‌دار ۵۴
خلاصه درس ۲۷ - جذر تقریبی و نمایش اعداد رادیکالی ۵۶
خلاصه درس ۲۸ - خواص ضرب و تقسیم رادیکال‌ها ۵۸
خلاصه درس ۲۹ - دسته بندی داده‌ها ۶۰
خلاصه درس ۳۰ - میانگین داده‌ها ۶۲
خلاصه درس ۳۱ – احتمال یا اندازه‌گیری شانس ۶۴
خلاصه درس ۳۲ – بررسی حالت‌های ممکن ۶۶
خلاصه درس ۳۳ – خط و دایره ۶۸
خلاصه درس ۳۴ – زاویه‌های مرکزی ۷۰
خلاصه درس ۳۵ – زاویه محاطی ۷۲

خلاصه درس (۱) : یادآوری عددهای صحیح

۱–انواع اعداد

۱-۱- اعداد طبیعی: ....

۱-۲- اعداد حسابی: ....

- مفهوم قرینه و عددهای صحیح

قرینهٔ یک عدد عبارت است از عددی که ....

=قرینهٔ صفر   = قرینهٔ ۵   = قرینهٔ $\frac{۲}{۳}$ = قرینهٔ قرینهٔ ۲

۱-۳- اعداد صحیح : ....

تمرین پاسخ کوتاه:

الف) بزرگترین عدد صحیح منفی =

ب) کوچک‌ترین عدد فرد صحیح =

پ) تعداد اعداد صحیح از ۷- تا ۵ =

ت) مجموع اعداد صحیح بین ۳ و ۵- =

ث) حاصل‌ضرب اعداد صحیح از ۱۱۹ تا ۱۱۹- =

۲– محاسبات

۲–۱– چهار عمل اصلی

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$-۱۸ \div ۹ =$ $-۳ \times (-۶) =$ $-۹ - ۱۶ =$ $-۱۷ + ۳۲ =$

۲–۲– اولویت عملیاتی

- محاسبات داخل پرانتز مقدّم است بر ....

- محاسبات همیشه از داخلی‌ترین پرانتز آغاز می‌شود.

- اولویت عمل‌ها: ....، .... و ....

- اگر بین اعداد فقط ضرب و تقسیم باشد باید ....

- اگر بین اعداد فقط جمع و تفریق باشد ترتیب عملیات، مهم ....

تمرین حاصل عبارت‌ها را با توجه به ترتیب عملیات به‌دست آورید.

$-۵-۴\times۳=$
$-۱۸\div۲\times۳-۲۳=$
$۵-۲\times(۴-(۷-۱۱))=$

تمرین میانگین پنج عدد برابر ۷- است. اگر چهار تا از آنها ۳- ، ۲- ، ۱۴ و ۱۱- باشد، عدد پنجم را به دست آورید.

۲-۳-تکنیک‌های محاسبات

تمرین حاصل عبارت $۱۵+۳۹-۴۸+۴۳-۶۳-$ را به دو روش به دست آورید.

تمرین با قرار دادن دو علامت ضرب و دو علامت جمع در جاهای خالی عبارتِ ۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐ ۵

کدام یک از اعداد ۱۵ ، ۲۷ ، ۲۹ و ۳۰ می‌تواند حاصل عبارت داده شده باشد؟

۲-۴- روش گاوس

تمرین مهدی حاصل عبارت ۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹ را این گونه محاسبه کرد:

۱		۹		۱۰
۲		۸		۱۰
۳		۷		۱۰
۴		۶		۱۰
۵	+	۵	=	۱۰
۶		۴		۱۰
۷		۳		۱۰
۸		۲		۱۰
۹		۱		۱۰

$$۱+۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹=\frac{۱۰\times۹}{۲}=۴۵$$

الف) راه حل مهدی را شرح دهید.

....

....

....

ب) با استفاده از راه حل مهدی، حاصل عبارت زیر را به دست آورید .

$۱+۲+۳+...+۱۱۷=$

۳-مربع جادویی

تمرین جدول زیر را کامل کنید؛ طوری که حاصل جمع عددهای هر ردیف با مجموع عددهای هر ستون و هر قطر مساوی باشد.

۶-		
	۰	۴-
		۶

خلاصه درس (۲) : معرفی عددهای گویا

۱– عدد گویا

عدد گویا کسری است که:

الف) .... ب) ....

$= \frac{\text{۰}}{\text{عدد غیر صفر}}$ $= \frac{\text{عدد}}{\text{۰}}$

اعداد طبیعی و اعداد صحیح همگی عدد گویا هستند زیرا ....

نکته: قرینه‌ی یک عدد گویا به صورت های زیر قابل نمایش است:

قرینهٔ $\frac{۴}{۵} = -(\frac{۴}{۵}) = -\frac{۴}{۵} = ... = ... = -۰/۸$

: معکوس عدد $\frac{۲}{۳}$: قرینهٔ عدد $\frac{۲}{۳}$

۲– نمایش روی محور

تمرین: نقطه‌هایی که روی محور مشخص شده‌اند، چه عددهایی را نشان می‌دهند؟

۳– عدد مخلوط

تمرین: قرینه و معکوس عدد مخلوط $-۳\frac{۲}{۵}$ را بنویسید .

۴– کسرهای مساوی

۴–۱– قاعده طرفین وسطین

نکته: ویژگی مهم دوکسر مساوی آن است که:

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow$ ....

تمرین: معادلهٔ مقابل را حل کنید. $\frac{x+۱}{۲} = \frac{۳x-۲}{۳} \rightarrow$

تمرین m را طوری بیابید که دو کسر $\frac{m+۱}{۳}$ و $\frac{۲}{m-۱}$ معکوس یکدیگر باشند.

۵- ساده کردن کسرها

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک کسر ساده نشدنی بنویسید.

$\frac{۵۲\times۲۱۸}{۹۱\times۲۱۸}=$

$\frac{۵۲+۲۱۸}{۹۱+۲۱۸}=$

تمرین در تساوی زیر مقدار m و n را بیابید.

$$\frac{۵}{۴}\times\frac{۶}{۵}\times\frac{۷}{۶}\times...\times\frac{m}{n}=۳\rightarrow$$

۵-۱- تعیین علامت

نکته اگر بین عددهای صورت و مخرج کسری فقط ضرب و تقسیم باشد، ابتدا باید کسر را تعیین علامت کرده و سپس حاصل را به‌دست آوریم.

$$\frac{-۲۴\times(-۱۸)}{۳۶\times(-۳۲)}=..........=..........$$

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{-۲۵۲\times۴۹\times(-۲۵۵)}{۲۱۰\times(-۱۱۹)\times۱۲۶}=$$

$$\frac{-۲^۳\times۲^۲\times\frac{۱}{۲}\div(-۲)}{۵^۲-۵}=$$

۶- تعداد عددهای گویا بین دو عدد

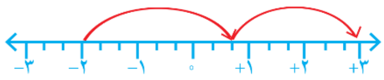
تمرین بین هر دو عدد، بی‌شمار کسر (عدد گویا) می‌توان نوشت.

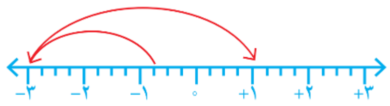
تمرین چگونه می‌توانیم نشان دهیم بین دو عدد ۱ و ۲ بیشمار عدد گویا می‌توان نوشت؟ توضیح دهید.

خلاصه درس (۳) : جمع و تفریق عددهای گویا

۱– جمع و تفریق با مخرج یکسان

تمرین برای محورهای زیر، یک جمع با عددهای گویا بنویسید.





تمرین به کمک محور، حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید. ابتدا تفریق‌ها را به‌صورت جمع بنویسید.

$(+\frac{9}{5})+(-\frac{7}{5})=$

$-\frac{5}{3}-(+\frac{7}{3})=$

نکته برای محاسبهٔ تعداد یک الگوی حسابی از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد} = \frac{\text{اولین عدد} - \text{آخرین عدد}}{\text{فاصله‌ی هر دو عدد}} + 1$$

تمرین در الگوی ۳۰۱,...,۱,۴,۷ تعداد عددها را مشخّص کنید.

تمرین در الگوهای زیر ابتدا تعداد عددها را مشخّص کنید، سپس حاصل آن را به دست آورید.

$1/3+1/7+2/1+...+10/5=$

$\frac{21}{35}+1+\frac{49}{35}+...+\frac{189}{35}=$

نکته محاسبهٔ ک.م.م(مخرج مشترک)

الف) اولین مضرب عدد بزرگ‌تر که برعدد کوچک‌تر نیز بخش‌پذیر باشد،ک.م.م است.

ب) درمورد اعداد بزرگ، ابتدا عددها را به عامل‌های اول تجزیه می‌کنیم. ک‌م‌م عبارت است از:

عامل‌های غیر مشترک × عامل‌های مشترک با توان بزرگ‌تر

تمرین حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$-\frac{۳}{۸}-\frac{۵}{۱۲}=$

$-\frac{۴}{۱۵}+\frac{۴}{۵}=$

$-۲+\frac{۳}{۵}=$

$-۲-\frac{۵}{۳}=$

تمرین حاصل عبارت $\frac{۳x}{۲}-\frac{۲x}{۳}+\frac{۵x}{۴}-\frac{۴x}{۵}$ را به دست آورید.

۲- جمع و تفریق عددهای اعشاری

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$۱۴/۴-۹/۲۷=$

$-۱۷/۸+۲۷/۶=$

۳- تخمین

تمرین عددها را ابتدا به‌طور تقریبی به نزدیک‌ترین عدد صحیح گرد کنید؛ سپس حاصل عبارت را به‌دست آورید.

$۷۸/۸۷-۳۲/۰۰۷-(۱۴/۹۳)\simeq$

$-۳\frac{۱۷}{۱۸}+۴\frac{۲}{۲۱}-۵\frac{۹۸}{۹۹}\simeq$

۴- جمع و تفریق با مخرج متفاوت

تمرین حاصل عبارات زیر را به‌دست آورید.

$۵+(\frac{-۲}{۳})=$

$-۵-\frac{۲}{۳}=$

نکته درمورد اعداد مخلوط به نکات زیر توجه شود:

الف) عدد مخلوط منفی، به صورت مقابل تبدیل می‌شود: $-۵\frac{۲}{۳}=-۵-\frac{۲}{۳}$

ب) درمورد اعداد مخلوط منفی، غالباً اشتباه مقابل روی می‌دهد: $-۲\frac{۳}{۴}\xrightarrow{\text{نادرست}}\frac{-۸+۳}{۴}=-\frac{۵}{۴}$

تمرین حاصل هریک را به دست آورید.

$-۱\frac{۳}{۴}+۲\frac{۲}{۵}=$

$-۶-\frac{۳}{۵}=$

خلاصه درس (۴) : ضرب و تقسیم عددهای گویا

۱– ضرب عددهای گویا

در ضرب کسرها، ابتدا عبارت را .... ، سپس در صورت امکان اعداد صورت‌ها را با اعداد مخرج‌ها ساده می‌کنیم. در انتها صورت‌ها را در یکدیگر و مخرج‌ها را نیز در یکدیگر ضرب می‌کنیم.

تمرین حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$-\frac{۵}{۱۷}\times\frac{۳۴}{۱۵}=$ $\qquad$ $\frac{۲}{۹}\times(-\frac{۳}{۸})=$

$-۲\frac{۴}{۵}\times(-۱\frac{۲}{۳})=$ $\qquad$ $۲\frac{۳}{۴}\times\frac{۸}{۱۱}=$

تمرین حاصل عبارت $(۱+\frac{۱}{۲})(۱+\frac{۱}{۳})(۱+\frac{۱}{۴})...(۱+\frac{۱}{۲۰})$ را به‌دست آورید.

۲– معکوس یک عدد

نکته از جابه‌جا کردن صورت و مخرج یک عدد، معکوس آن به‌دست می‌آید: $\frac{-۷}{۹}\xrightarrow{\text{معکوس}}.....$

الف) حاصل‌ضرب معکوس یک عدد در همان عدد، برابر .... است.

ب) معکوس ۱، .... است.

پ) معکوس ..... نیز، خودش است.

ت) .... تنها عددی است که معکوس ندارد.

ث) وقتی عددی معکوس شود، علامت آن ....

ج) برای بدست آوردن معکوس اعداد مخلوط، ابتدا باید آن عدد را به کسر تبدیل کرد و سپس آن‌را معکوس نمود.

$-۳\frac{۲}{۷}=.....\xrightarrow{\text{معکوس}}.....$

چ) در ریاضی $\frac{۱}{a}$ به‌معنای .... می‌باشد.

تمرین جاهای خالی را با کسر مناسب پر کنید.

$۳\frac{۳}{۵}\times.......=-۱$ $\qquad$ $-۳\frac{۱}{۴}\times.......=۱$

۳– تقسیم در عددهای گویا

در تقسیم دو عدد گویا، ابتدا کسر .... را معکوس کرده و علامت تقسیم را به ضرب تبدیل می‌کنیم. سپس همانند قاعده‌ی ضرب عمل می‌نمائیم:

$$-۵ \div \frac{۱۵}{-۸} =$$

تمرین حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$\left(\frac{۱+\frac{۱}{۳}}{۱-\frac{۱}{۳}}-۱\right) \div \left(۱-\frac{۱+۱\frac{۱}{۲}}{۱-۱\frac{۱}{۲}}\right) =$$

۴– قاعده‌ی دورها و نزدیک‌ها

درتقسیم یک عدد گویا بر عدد گویای دیگر می‌توانیم آن‌را به یک تقسیم طبقاتی تبدیل کنیم و سپس از قاعده‌ی«دور در دور و نزدیک در نزدیک» استفاده کنیم.

الف) حاصل‌ضرب دورها در .... و حاصل‌ضرب نزدیک‌ها در .... قرار می‌گیرد.

ب) می‌توانیم صورت‌ها را باهم و مخرج‌ها را نیز باهم ساده کنیم.

پ) اگر صــورت یا مخــرج کسر، عدد صحیــح باشد باز هم می‌توانیم از این قاعده استفاده کنیم.

تمرین حاصل کسر $\dfrac{۵}{\dfrac{۱۵}{۷}}$ را محاسبه کنید.

۵– انواع کسرها

تمرین برای هر یک از کسرهای زیر یک مثال (جدید) بزنید.

مختوم: متناوب ساده: متناوب مرکب:

۶– محاسبات و اولویت عملیات

تمرین محاسبه کنید:

$$\frac{-\frac{۴}{۵}\times\frac{۲۵}{۲}\div۱\frac{۱}{۳}-\frac{-۱}{۳}}{\frac{۲۵}{۳}\times\frac{۲}{۲۵}\times\frac{۲}{۳}+۱\frac{۱}{۳}} =$$

خلاصه درس (۵) : یادآوری عددهای اول

۱– شمارنده و تجزیه

شمارنده‌های یک عدد : شمارنده‌های هر عدد طبیعی a عبارتند از اعداد طبیعی که a بر آنها بخش‌پذیر باشند.

تمرین شمارنده‌های (طبیعی) عدد ۲۹۴ را بنویسید.

تجزیه یک عدد: عبارت است از تبدیل یک عدد به حاصل ضرب عددهای طبیعی بزرگ‌تر از ۱ و کوچک‌تر از آن.

تمرین عددهای ۱۰۸، ۹۸ و ۲۲۵ را تجزیه کنید.

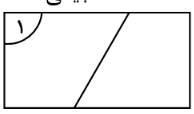
۲– انواع اعداد طبیعی براساس تعداد شمارنده

الف) عدد ..... تنها عددی است که فقط یک شمارنده دارد (خودش).

ب) به اعدادی که فقط دو شمارنده دارند (.....................)، اعداد اول می‌گویند. مانند: ....

پ) به اعدادی که .... دارند، اعداد مرکب می گویند. مانند: ....

اعداد طبیعی



نتیجه: عددهای طبیعی را بر اساس تعداد شمارنده‌ها می‌توان به سه بخش تقسیم کرد: عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک.

تمرین) درست و نادرست.

- ☐ ۹۱ عددی اوّل است.
- ☐ ۱۷ مضرب اوّل ندارد.
- ☐ هر عدد طبیعی حداقل دو شمارنده دارد.
- ☐ ۵- عددی اوّل است.

تمرین چند عدد دو رقمی اول داریم که یکان آن‌ها عدد ۷ است ؟

تمرین چرا عدد $۷^{۱۲} + ۳^{۱۷}$ مرکب است؟

تمرین مجموع مربعات دو عدد اول برابر ۱۶۸۵ است. آن دو عدد را بیابید.

۳– شمارنده‌ی اعداد اوّل و مرکّب

نکته اگر $c = a \times b$ باشد، در این‌صورت، a و b را عامل یا شمارنده‌های عدد c می‌گویند و چنان‌چه a یا b عدد اول باشند، آن‌ها را شمارنده اول عدد c می‌نامند.

تمرین) با استفاده از جدول نظام‌دار شمارنده‌های عدد ۱۸۰ را بنویسید. این عدد چند شمارنده‌ی اول دارد؟

تمرین هر یک از اعداد $۳^{۱۲}$ و $۲۷^{۱۲}$ چند شمارنده‌ی اول دارند؟ هر کدام از آن‌ها چند شمارنده دارند؟

تمرین عددی درنظر بگیرید که ۸ و ۹ دو شمارندهٔ آن باشند. چند شمارندهٔ دیگر از این عدد را می‌توان تعیین کرد؟

۴– دو عدد نسبت به هم اوّل

اگر ب‌م‌م (بزرگترین شمارنده‌ی مشترک) دو عدد برابر ..... باشد، آن دو عدد را نسبت به هم اول می‌گویند.

الف) عدد .... نسبت به هر عددی اول است.

ب) هر دو عدد اول نسبت به هم اول هستند.

پ) وقتی دوعدد نسبت به‌هم اول‌اند، دلیلی ندارد خود آن اعداد نیز اول باشند .

ت) یک عدد اول و یک عدد مرکب در صورتی نسبت به هم اولند که ....

ث) هر دو عدد طبیعی .... نسبت به هم اول هستند.

ج) اگر a و b نسبت به هم اول باشند ب‌م‌م آن ها برابر .... و ک‌م‌م آن ها از .... به دست می‌آید.

چ) اگر صورت و مخرج کسری نسبت به‌هم اول باشند، آن را کسر .... (تحویل ناپذیر) می‌گویند.

تمرین چه تعداد از اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۱۶ نسبت به آن اول هستند؟ این اعداد را بنویسید.

خلاصه درس (۶) : تعیین عددهای اول

۱- تعیین عددهای اول (روش غربال)

۱-۱- روش غربال اعداد طبیعی از ۱ تا n

الف) عددهای ۱ تا n را می‌نویسیم و عدد ۱ را خط می‌زنیم.

ب) اولین عدد خط نخورده اول است. ⟵ عدد ۲

پ) بررسی می‌کنیم آیا مربع این عدد خط نخورده در میان عددها است یا خیر؟

- در صورت عدم وجود، عددهای خط نخورده همگی عدد اول هستند.

- در صورت وجود، مضرب‌های بزرگ‌تر از آن را خط می‌زنیم. اولین عدد خط نخورده اول است. ⟵ عدد ۳

ت) مرحله (پ) را تکرار می‌کنیم.

ث) خط زدن را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن، بین عددهای نوشته شده نباشد.

تمرین) اعداد اول بین ۱ تا ۶۰ را به روش فوق تعیین کنید.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰

تمرین) در روش غربال اعداد ۱ تا ۲۰۰ وقتی مضارب ۷ ، ۱۱ و ۱۳ را خط می زنیم، اولین عددهایی که خط می خورند، به ترتیب .... ، .... و .... می باشند.

تمرین) اگر بخواهیم اعداد اوّل کوچکتر از ۵۰۰ را تعیین کنیم:

الف) بزرگترین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد، چند است؟

ب) عدد ۷۲ با مضارب کدام عددها خط می خورد؟

پ) در خط زدن مضارب ۷ اعدادی که برای اولین بار خط می خورند، چه عددهایی هستند؟

نتیجه: الف) اولین مضربی از هر عدد اول که خط می‌خورد .... است.

ب) بدیهی است که غربال، زمانی به پایان می رسد که به عدد اولی برسیم که .... بین عددها وجود نداشته باشد . در این صورت عددهای باقی مانده همگی اول هستند.

پ) می‌توانیم به جای روش فوق، .... هنگامی که مضارب همه اعداد اول کوچکتر از این جذر را خط بزنیم، غربال خاتمه می یابد.

۱–۲– تعیین عددهای اول از m تا n $(m \neq 1)$

الف) ابتدا باید فرض کنیم عددهای اول کوچکتر از جذر m را می‌شناسیم.

ب) مضارب ۱ اعداد اول ۲، ۳، ۵، .... را خط می‌زنیم.

پ) همانند روش قبل وقتی به عدد اولی برسیم که مربع آن، بین عددهای نوشته شده نباشد، غربال به پایان می‌رسد و عددهای باقی مانده همگی اول هستند.

تمرین) برای تعیین اعداد اوّل جدول زیر، حداکثر لازم است تا مضارب چه عددی خط بخورند؟

اعداد اول حاصل عبارتند از :

۴۳۸	۴۳۹	۴۴۰	۴۴۱	۴۴۲	۴۴۳	۴۴۴	۴۴۵	۴۴۶	۴۴۷
۴۴۸	۴۴۹	۴۵۰	۴۵۱	۴۵۲	۴۵۳	۴۵۴	۴۵۵	۴۵۶	۴۵۷
۴۵۸	۴۵۹	۴۶۰	۴۶۱	۴۶۲	۴۶۳	۴۶۴	۴۶۵	۴۶۶	۴۶۷

تمرین) برای تشخیص اوّل یا مرکّب بودن اعداد طبیعی بین ۲۷۰ و ۴۸۰ حداکثر چند تقسیم لازم است؟

تمرین) در غربال اعداد بین ۴۰۰ و ۵۰۰ اعدادی که برای اوّلین بار در مضارب ۱۱ خط می‌خورد را مشخّص کنید.

۱–۳– غربال عدد طبیعی n

الف) از عدد مورد نظر جذر می‌گیریم.

ب) عدد موردنظر را بر همه عددهای اول کوچکتر از آن جذر تقسیم می‌کنیم.

پ) اگر .... ، اول است و اگر حتی بر یکی از آن‌ها بخش‌پذیر باشد، مرکب خواهد بود.

تمرین) آیا عدد ۱۰۱ اوّل است؟ چرا؟

تمرین) عددی ۳ رقمی داریم. حداکثر چند تقسیم لازم داریم تا اوّل یا مرکّب بودن آن مشخّص شود؟

جلسه ۷ : چند ضلعی

در صفحه به هر خط .... چند ضلعی می‌گویند، به شرط این که:

ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکند؛ مگر در ....

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چند ضلعی نمی باشند؟

۱– چند ضلعی منتظم

اگر در یک چندضلعی همه .... و همه .... باهم مساوی باشند، آن‌را چند ضلعی منتظم می‌نامند.

از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چند ضلعی منتظم هستند؟

تمرین برای هر توضیح زیر یک شکل رسم کنید.

لوزی با زاویه‌ی قائم   **پنج ضلعی غیر منتظم**

۲– خط تقارن (محور تقارن)

محور تقارن خطی است که اگر شکل را ....، دو طرف آن کاملاً بر یکدیگر منطبق شوند.

تمرین در شکل‌های زیر خط‌های تقارن را رسم کنید.

۳– نکات محور تقارن

۱- دایره .... محور تقارن دارد.

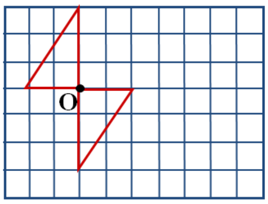
۲- هر چندضلعی منتظم .... محور تقارن دارد.

۳- محور تقارن می‌تواند شکل را قطع نکند. (برای این نکته شکل مناسب رسم کنید.)

۴– مرکز تقارن

اگر شـــکلی پس از دوران .... درجه حول یک نقطه بر خودش منطبق شـــود، آن نقطه را مرکز تقارن شکل می‌گویند.

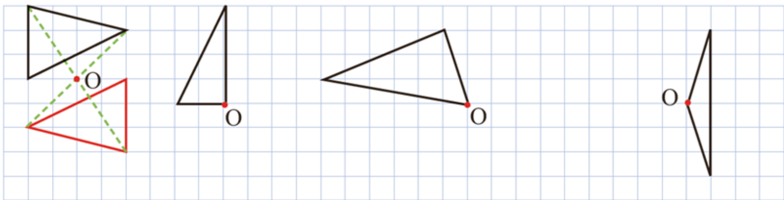
تمرین کدام شکل زیر مرکز تقارن دارد؟ چرا؟



۵– تعریف دیگری از مرکز تقارن

مرکز تقارن یک شکل نقطه‌ای ا ست که اگر هرنقطه از شکل را به آن و صل کرده و .... بر نقطه‌ی دیگری از همان شکل منطبق می‌شود.

تمرین هر شکل را طوری کامل کنید که نقطهٔ O مرکز تقارن آن باشد.

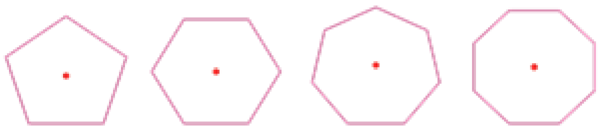


تمرین مرکز تقارن دایره، .... است. چرا؟

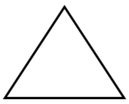
۶– مرکز تقارن‌های n ضلعی‌های منتظم

اگر n در یک n ضلعی منتظم .... باشد، مرکز تقارن ندارد و اگر .... باشد، مرکز تقارن دارد.

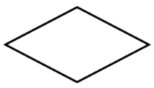
تمرین کدام شکل مقابل مرکز تقارن دارد؟



۷– نکات مرکز تقارن



۱– در مثلث متساوی‌الاضلاع .... مرکز تقارن آن است ولی مثلث متساوی‌الساقین ....



۲– در لوزی و متوازی‌الاضلاع .... مرکز تقارن می‌باشد.

۳– ممکن است شکل مرکز تقارن داشته باشد، ولی محور تقارن نداشته باشد.

همچنین ممکن است شکل محور تقارن داشته باشد، ولی مرکز تقارن نداشته باشد.

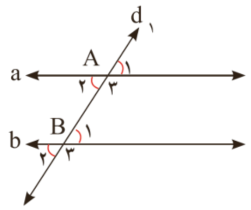
(شکل رسم کنید.)

۴– مرکز تقارن می‌تواند حتی روی محیط شکل باشد. (شکل رسم کنید.)

جلسه ۸ : توازی

۱– توازی (موازی بودن دو خط بر هم)

اگر خط d_1، خطوط a و b را مانند شکل با زاویه های مساوی قطع کرده باشد، a و b با هم موازیند.



* به خط d_1 ، .... می‌گویند.

* موازی بودن دو خط a و b را به صورت .... نمایش می‌دهند.

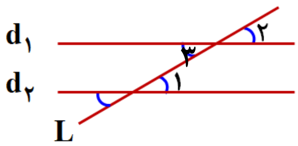
* خطی که دو خط موازی را قطع کند با آن‌ها زاویه‌های .... می‌سازد.

تمرین اگر در شکل بالا، $\hat{A}_1 = ۵۸^\circ$ باشد، اندازه سایر زاویه‌ها را پیدا کنید.

۲– قضیه‌ی خطوط موازی و مورب

هر خط مورب ۸ زاویه روی دوخط موازی به‌وجود آورد که .... آن‌ها با هم، و ....

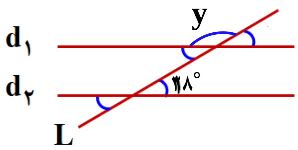
باهم مساوی خواهند بود (و برعکس)



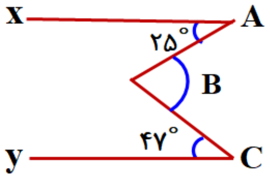
(حاده یا تند) $\hat{۴} = \hat{۳} = \hat{۲} = \hat{۱}$

*توجه شود که زوایای حاده و منفرجه‌ی ایجاد شده .... یکدیگر هستند.

تمرین در شکل زیر، یک خط مورب،دو خط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه‌های مجهول را به دست آورید.



تمرین اگر دو خط Ax و Cy موازی باشند، زاویه‌ی $A\hat{B}C$ چند درجه است؟



۳- تعامد (عمود بودن دو خط بر هم)

دوخط متمایز در یک صفحه نسبت به‌هم دوحالت دارند:

الف- بدون نقطه‌ی مشترک: .... ب- با یک نقطه‌ی مشترک: ....

درحالت خاصی که زاویه بین دو خط متقاطع 90°باشد، آن‌ها را .... می‌گویند.

عبارت «خط l_1 بر خط l_2 عمود است» را به صورت .... می‌نویسیم.

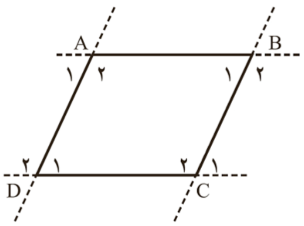
* اگر دو خط بیش از یک نقطه مشترک داشته باشند، بر یکدیگر .... و در واقع یک خط هستند.

۴- اصول توازی و تعامد

۱- اگر خطی بر یکی از دو خط موازی، عمود باشد آن‌گاه ....

۲- اگر دو خط بر خطی عمود باشند، آن دو خط ....

۳- دو خط موازی با یک خط، ....



۵- روابط بین زاویه‌ها در متوازی الاضلاع

در هر متوازی الاضلاع، ضلع های روبه رو باهم موازی‌اند.

اگر چهارضلعی $ABCD$یک متوازی الاضلاع باشد:

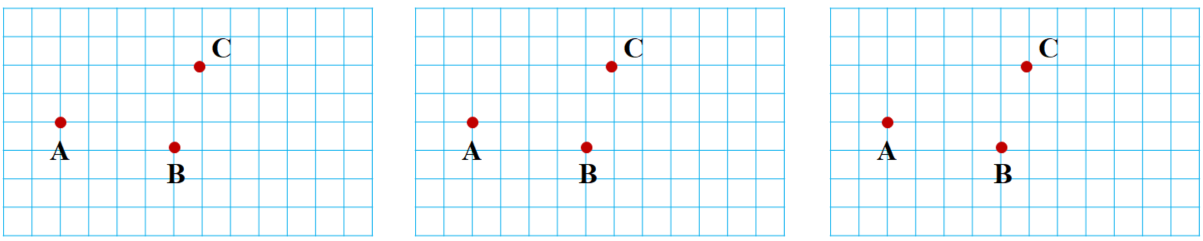
$(AB \parallel DC$ مورب $AD) \Rightarrow \hat{A}_1=\hat{D}_1 \ , \ \hat{A}_2=\hat{D}_2$

$(AD \parallel BC$ مورب $DC) \Rightarrow$

$(AD \parallel BC$ مورب $AB) \Rightarrow$

نکته: در متوازی الاضلاع زاویه‌های ....، با یکدیگر مساوی و زاویه‌های .... مکمل یکدیگرند.

تمرین ۳ متوازی‌الاضلاع رسم کنید که نقاط A، B و C سه تا از رأس‌های آن باشند.



نکته: در هر مثلث متساوی‌الساقین، عمود منصف، .... ، .... و .... وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند و همگی خط تقارن آن هستند.

جلسه ۹ : متوازی‌الاضلاع

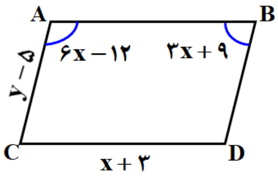
۱– متوازی‌الاضلاع

چهارضلعی است که ضلع‌های روبه‌روی آن دو به دو با هم موازی هستند.

* زاویه‌های .... آن با هم مساوی می‌باشند.
* ضلع‌های .... آن دو به دو هم‌اندازه هستند.
* زاویه‌های .... آن مکمل یکدیگرند.
* قطرهای آن همدیگر را .... می‌کنند.

اگر یک چهارضلعی هریک از ویژگی‌های فوق را داشته باشد، یک متوازی‌الاضلاع محسوب می‌شود.

تمرین اگر شکل مقابل یک متوازی‌الاضلاع باشد، محیط آن چه‌قدر است؟



۲– انواع متوازی الاضلاع

الف) ویژگی‌های مستطیل:

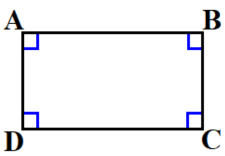
۱- مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که .... داشته باشد.

۲- لوزی متوازی‌الاضلاعی است که .... داشته باشد.

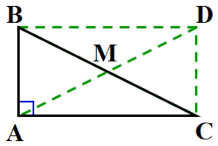
۳- مربع متوازی‌الاضلاعی است که .... و .... داشته باشد.

* در مستطیل قطرها قطرها در مستطیل با هم برابرند و ....
* در مستطیل .... با هم برابرند.
* در مستطیل ضلع های .... مساوی‌اند.

تمرین ثابت کنید مستطیل نوعی متوازی الاضلاع است.



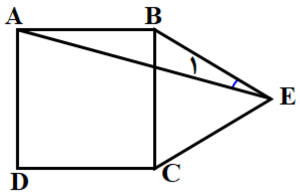
تمرین در مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{ABC}$ میانه‌ی وارد بر وتر را به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم. نشان دهید چهار ضلعی ABCD مستطیل است.



ب) ویژگی‌های مربع:

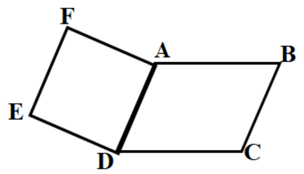
* مربع مستطیلی است که دو ضلع مجاور آن مساوی باشد.
* مربع نوعی لوزی است که یک زاویه‌ی آن قائمه باشد.
* مربع نوعی متوازی‌اضلاع، مستطیل و لوزی می‌باشد.

تمرین ABC مـــربـــع، BEC یک مثـــلث متســـاوی‌الاضـــلاع و مثلث ABC متساوی‌الساقین می باشد. نشان دهید زاویه‌ی E_1 چند درجه می‌باشد؟



تمرین ABCD متوازی‌الاضلاع و ADEF مربع است.اگر $\hat{C} = ۱۴۵^\circ$

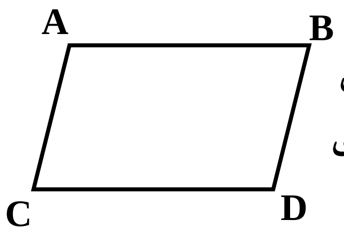
آن‌گاه اندازه زاویه $\widehat{CDE}$ چند درجه است؟



ج) ویژگی‌های لوزی:

* در لوزی قطرها برهم عمودند و ....
* هر قطر لوزی نیمساز .... می‌باشد.

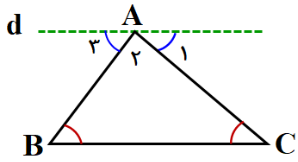
تمرین چهار ضلعی ABCD یک متوازی‌الا ضلاع ا ست. نقطه‌ی M روی BC و نقطه‌ی N روی AD را طوری تعیین کنید که ABMN یک لوزی شود.



جلسه ۱۰ : مجموع زوایای داخلی مثلث

۱– مجموع زوایای داخلی مثلث

تمرین با استفاده از شکل مقابل نشان دهید که مجموع زوایای داخلی هر مثلث ۱۸۰° درجه است.



۲– مجموع زوایای داخلی چندضلعی

زاویه‌هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، زاویه‌های .... آن نامیده می‌شوند.

مجموع زاویه های داخلی یک n ضلعی از رابطه زیر به دست می‌آید:

مجموع زاویه های داخلی یک nضلعی $= (.......... - ....) \times ۱۸۰^\circ$

زیرا هر n ضلعی با رسم قطرهای عبوری از یک راس قابل تبدیل به .... تا مثلث است.

نکته: مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر .... درجه و مجموع زوایای داخلی هر چهار ضلعی برابر .... درجه است.

تمرین مجموع زاویه های داخلی یک ده ضلعی چند درجه است؟یک هجده ضلعی چطور؟ چرا؟

تمرین مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی برابر۲۱۶۰° است.این شکل چند ضلع دارد؟

۳– زاویه‌های داخلی چندضلعی‌های منتظم

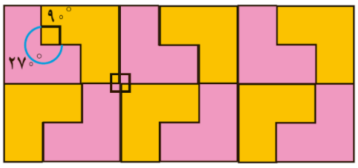
اندازه‌ی هر یک از زاویه‌های داخلی یک چندضلعی‌های منتظم از رابطه زیر به‌دست می‌آید.

زاویه‌های داخلی یک چندضلعی منتظم $= \dfrac{(n-۲)\times ۱۸۰^\circ}{n}$

تمرین اندازه‌ی هر یک از زاویه های داخلی یک هشت ضلعی منتظم را حساب کنید.

تمرین هر یک از زاویه‌های داخلی یک چند ضلعی برابر°۱۴۴ است. تعداد ضلع‌های آن را به دست آورید.

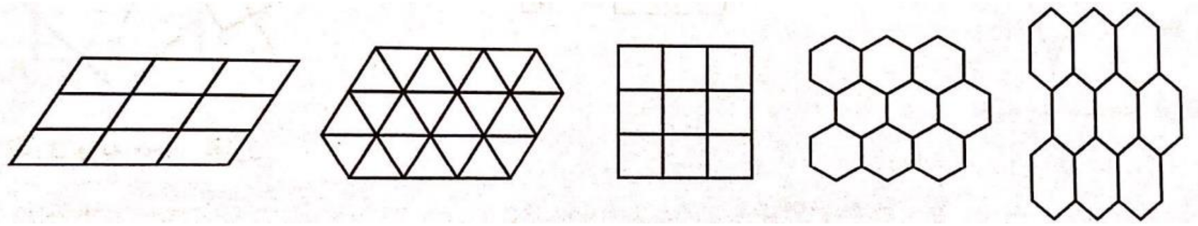
۴- کاشی‌کاری



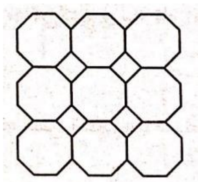
در کاشی کاری، کاشی ها را طوری کنار هم قرار می دهند که روی هم نیفتند و جای‌خالی هم بین آنها نباشد و صفحه را هم پر کنند.

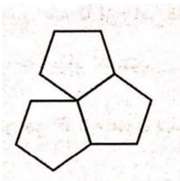
نکته: با مثلث، مستطیل، متوازی الاضلاع و شش ضلعی می‌توان یک صفحه را کاشی کاری کرد.

با شکل‌های زیر می‌توان به تنهایی کاشی‌کاری کرد:

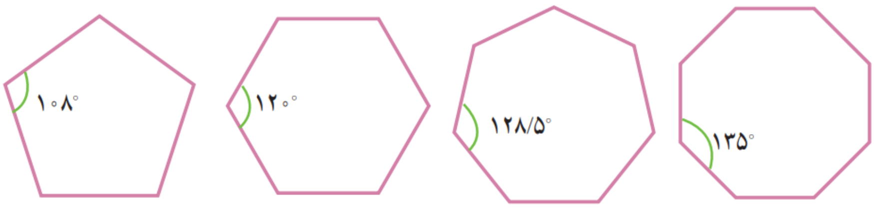


در شکل‌های زیر به کمک چند قطعه کاشی‌کاری انجام شده است:





تمرین با کدام یک از شکل‌های زیر می‌توان کاشی‌کاری کرد؟ چرا؟

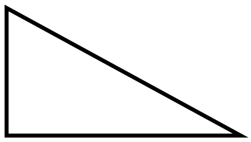


جلسه ۱۱ : زاویه خارجی

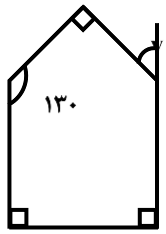
زاویه خارجی

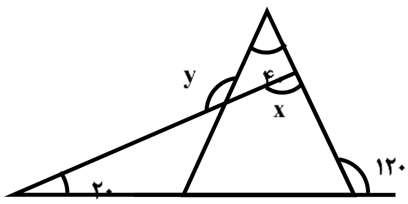
زاویه‌ای که در هر رأس یک چند ضــلعی محدب، بین یک ضــلع و .... تشــکیل می‌شود، زاویهٔ خارجی آن رأس نامیده می‌شود.

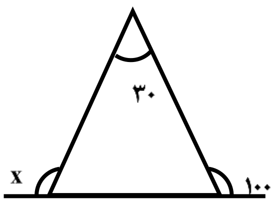
در شکل مقابل زاویه‌های خارجی مثلث را رسم کنید.



تمرین در هر مورد اندازه‌ی زاویه‌های مجهول را پیدا کنید.



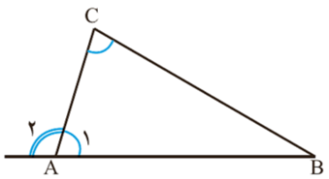




رابطه زاویه خارجی مثلث با زوایای مثلث

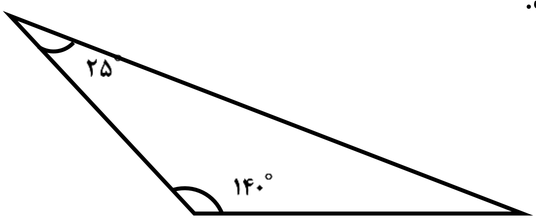
تمرین ثابت کنید در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن است.

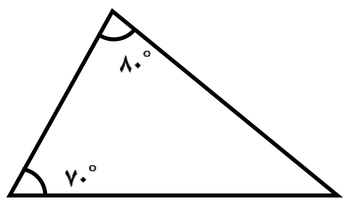
$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_۱+\hat{A}_۲=۱۸۰^\circ \\ ....\end{array}\right\} \longrightarrow$$



نکته: هر زاویه خارجی یک چهار ضلعی، الزاما برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن ....

تمرین در هر یک از مثلث‌های زیر، زاویهٔ خارجی هر سه رأس را رسم کنید و اندازهٔ هر کدام را بنویسید.





مجموع زاویه‌های خارجی چند ضلعی‌ها

۱) مجموع زاویه‌های خارجی هر مثلث برابر .... درجه است.

۲) مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی برابر 360° است.

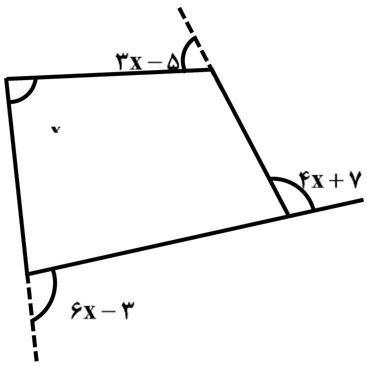
تمرین **یک شش ضلعی منتظم را در نظر بگیرید**

الف) مجموع زاویه‌های خارجی چند درجه است؟

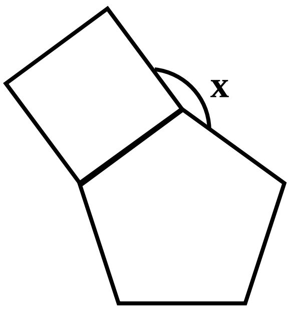
ب) اندازه هر زاویه خارجی آن را پیدا کنید.

ج) اندازه هر زاویه داخلی آن را پیدا کنید.

تمرین **در چهارضلعی مقابل، مقدار x چند درجه است؟**



تمرین **در شکل مقابل، یک پنج ضلعی منتظم و یک مربع وجود دارد. زاویه مشخص شده چند درجه است؟**



تمرین **در متوازی‌الاضلاع مقابل مقدار زاویه‌های مجهول را به‌دست آورید.**

خلاصه درس (۱۲) : یادآوری عبارت‌های جبری

۱– مفهوم جمله و عبارت جبری

به هریک از نمونه‌های $۳n$, $\frac{۲}{۳}x$, ... , ... جمله جبری گفته می‌شود.

الف) در جمله‌های جبری (+) و (–) وجود ندارد.

ب) از جمع و تفریق بین جمله‌های جبری، عبارت جبری به‌دست می‌آید. مانند: ....

پ) در جمله‌ها و عبارت‌های جبری غالباً از ضرب (×) استفاده نمی‌شود و به‌جای آن اغلب (•) به‌کار می‌رود و در مواردی هم از علامتی استفاده نمی شود.

ت) در هر جمله جبری مانند $۷a$:

۷ را .... ، a را .... یا قسمت حرفی می گویند ضمن آن‌که همیشه ابتدا .... و سپس .... نوشته می‌شود.

ث) اگر ضریب برابر .... باشد، نوشته نمی‌شود. اگر ضریب برابر ۱– باشد، .... و اگر ضریب صفر باشد، حاصل برابر .... است.

ج) در عبارت‌هایی نظیر $\frac{x}{۳}$ و $\frac{۲a}{۵}$ ضریب‌ها به ترتیب برابرند با : ....

تمرین در هریک از جمله‌های زیر، ضریب و متغیر را مشخص کنید.

$-x^۲$ $\qquad$ $\frac{۳}{۲}xy$ $\qquad$ $\frac{۳x}{۲}$

۲– جمله‌های متشابه و غیر متشابه

اگر قسمت حرفی دو جمله‌ی جبری، یکسان باشد آن‌ها را «متشابه» می‌نامند، مانند $۴b$ و ....

تمرین) جمله‌های متشابه را مشخص کنید.

$$۴x^۲y, -xy^۲, \frac{۲}{۳}x^۲y^۲, ۵xy^۲, ۰/۳x^۲y, -x^۲y^۲$$

۳– جمع و تفریق جمله‌های جبری

در صورتی که دو جمله‌ی جبری .... باشند، می‌توان آن‌ها را با هم جمع یا منها نمود. برای این منظور کافی است ضریب آن‌ها را با هم جمع و یا از هم کم کنیم .

تمرین حاصل عبارت $3x^2y - 5xy^2 - 3x^2y + 3xy^2$ را به دست آورید.

تمرین حاصل عبارت $\frac{x}{6} + \frac{x}{3}$ را به دو روش محاسبه کنید.

روش اول :

روش دوم :

تمرین حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$(4a^2 - 5a + 3ab) + (2a^2 + 7a - 2ab) =$

$\frac{a}{4} - \frac{b}{3} + 2 - 3a + 2b + \frac{1}{5} =$

۴– ضرب عدد در جمله و عبارت جبری

وقتی عددی در یک جملهٔ جبری ضرب شود کافی است آن عدد را در ضریب ضرب کنیم:

$4 \times \frac{5}{8}a^2 =$ $\qquad -\frac{3}{4} \times 2x =$ $\qquad 2 \times 4n = 4n + 4n = 8n$

همچنین وقتی عددی در یک عبارت جبری ضرب شود، با استفاده از خاصیت پخشی آن عدد را در همهٔ جمله‌ها ضرب می‌کنیم : $5(\frac{2}{3}x - 2y + 4) = \frac{10}{3}x - 10y + 20$

تمرین عبارات زیر را ساده کنید.

$4(2m + 4n - 3) - 2(4m + 3n + 1) =$

$3(\frac{a}{3} - \frac{b}{6} + 2) - \frac{2}{3}(12a - 6b - 12) =$

$x + \frac{4}{5}(5x + 10y + 15) - \frac{3}{4}(4x + 8y - 12) =$

خلاصه درس (۱۳) : ساده کردن عبارت‌های جبری

۱– تبدیل عبارت‌های کلامی به جبری

❋ هر عدد به توان یک، برابر .... است: $a^{1}=a$

❋ هر عدد به توان صفر، برابر .... است: $a^{0}=1$

❋ در ضرب دو عدد توان‌دار، اگر پایه‌ها مساوی باشند، توان‌ها را : .... $a^{m}\times a^{n}=a^{m+n}$

❋ در ضرب دو عدد توان‌دار، اگر توان‌ها مساوی باشند، .... : $a^{m}\times b^{m}=(a\times b)^{m}$

۲– الگوی عددی و جمله‌ی n ام

❋ اعداد زوج (طبیعی) : $2k \quad (k=1,2,3...)$

❋ اعداد .... : $2k-1 \quad (k=1,2,3,...)$

❋ مربع .... : $n^{2} \quad (n=1,2,3,...)$

❋ توان .... : $2^{n} \quad (n=0,1,2,...)$

۳– ضرب جمله‌های جبری در یکدیگر

حاصل ضرب دو جمله با استفاده از قانون .... در ضرب اعداد توان‌دار حاصل به‌دست می‌آید:

$$b\times b^{3}=b^{4} \qquad a\times a^{2}=a^{3}$$

اگر جمله‌ها دارای ضریب باشند، .... در یکدیگر و .... در یکدیگر ضرب می‌شوند.

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$-4a^{2}b^{4}\times 3a^{3}b^{2}=$

$(-4b^{2}a)(-2a^{3}b^{4})=$

$2ab\times 5b^{2}=$

$7a^{3}\times(-2a^{2})=$

$-4a^{3}b^{2}\times 2ab^{3}=$

۴– ضرب جمله جبری در عبارت جبری

این کار را عمل پخشی می‌گویند و به صورت زیر انجام می‌شود: $a(b+c)=ab+ac$

تمرین عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$-2x(3x-4y)=$

$3x^{2}y(xy^{2}-4y)=$

$4ab(3a+2b)=$

$8xy^{2}(3y+\frac{x}{4})=$

۵- ضرب عبارت‌های جبری در یکدیگر

ابتدا هر جمله پرانتز اول را در همه جمله‌های پرانتز دوم ضرب می کنیم. سپس ....

و در انتها ....

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

تمرین جمله‌های دو عبارت را در یکدیگر ضرب و سپس ساده کنید.

$(x+۲y)(-x-۲y)=$

$(-۲a-۳b)(۲a-۳b)=$

تمرین عبارت‌های جبری زیر نادرست ساده شده است. اشتباه را پیدا کنید.

الف) $-a(b+c)=-ab+bc$

ب) $۴x+۳y-(۵x-۲y)=۴x+۳y-۵x-۲y=-x+y$

تمرین عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$(x+۲)(x-۱)+(۳x-۱)(۲x+۵)=$

$(۲x+۳y)(x+y)-(۴x-۳)(۳x-۴y)=$

تمرین عبارت را ساده کنید.

$(x+۲)(x^۲-x+۴)=$

۶- ضرب عبارت‌های جبری در یکدیگر

در حالت کلی دو عبارت $(a+b)^۲$ و $a^۲+b^۲$ مساوی نیستند، زیرا:

$$(a+b)^۲=(a+b)(a+b)=a^۲+ab+ab+b^۲=a^۲+۲ab+b^۲$$

$(a-b)^۲$

تمرین عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$(۳x-۲y)^۲=$
$(-x+۴)^۲=$

تمرین عبارت $(۲x-۱)^۲-(x+۳)(x-۳)$ را ساده کنید.

تمرین عبارت جبری زیر را ساده کنید.

$(a+b)^۲-(a-b)^۲=$

جلسه ۱۴ : پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

۱– مقدار عددی یک عبارت

تمرین با توجه به عددهای ورودی و خروجی در هر ردیف، کاری را که ماشـــین انجام می‌دهد حدس بزنید.

$$3 \rightarrow \square \rightarrow 9 \text{ و } -7 \rightarrow \square \rightarrow -21 \text{ و } 5 \rightarrow \square \rightarrow 15$$

$$5 \rightarrow \square \rightarrow 3 \text{ و } 11 \rightarrow \square \rightarrow 9 \text{ و } -4 \rightarrow \square \rightarrow -6$$

تمرین جدول زیر را کامل کنید:

x	۵	۵-		۷-
$y=x^2$			۴۹	

معادلهٔ $x^2=36$ چند پاسخ دارد؟ چرا؟

تمرین حاصل عبارت $A=(3x-2y)^2+y(2x-y)$ را بـه ازاء $x=\frac{-1}{3}$ و $y=\frac{3}{5}$ به‌دست آورید.

تمرین حاصل عبارت زیر را به ازاء $x=2$ و $y=-3$ به دو روش به‌دست آورید.

$$7+3x(1+(-4y-2y))-(2-6x+3x))-y$$

روش اول: ازاء گذاری

روش دوم: ساده کردن عبارت جبری

تمرین عدد $x\left(\frac{6-4x(2y^2-1)}{7x^2y-2(x^2-y)}\right)$ یک عدد مخلوط است. عدد گویای حاصل آن را به ازای $x=-1$ و $y=-4$ به‌دست آورید.

۲– اثبات‌های جبری

تمرین به روش جبری ثابت کنید:

الف) حاصل‌ضرب هر دو عدد زوج عددی زوج است.

ب) حاصل‌ضرب یک عدد زوج در یک عدد فرد، عددی زوج است.

ج) مجموع دو عدد فرد، عددی زوج است.

د) مربع یک عدد فرد عددی فرد است.

تمرین a یک عدد طبیعی است:
آیا عبارت ۱-۲a یک عدد فرد را نشان می‌دهد؟عبارت ۱+۲a چه‌طور؟ چرا؟

تمرین a، b و c عددهای طبیعی هستند. کدام یک از عددهای زیر زوج است؟ چرا؟

۸bc　　ab　　۴b　　۲a

۳- ماشین عددساز

تمرین برای هر یک از ماشین‌های زیر، جدول مربوطه را کامل کنید.

رابطه : $-۳\times(۲-x)$

ورودی x	$\frac{-۱}{۴}$	۳	۰	۱-	
خروجی					۵

رابطه : $-\frac{۴}{۳}x+۷$

ورودی x	۲	۰	$\frac{-۱}{۲}$	۱/۵	۴	
خروجی						۶

۴- تبدیل عبارت‌های کلامی به جبری

تمرین در هر مورد با نوشتن رابطه جبری، حاصل عبارت خواسته شده را به دست آورید.

الف) قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۳ و ۴ سانتی متر و ارتفاع آن ۲ سانتی متر است. مساحت این ذوزنقه را پس از نوشتن رابطهٔ جبری مساحت ذوزنقه حساب کنید.

ب) طول یک لوله x متر است. طول لولهٔ دیگر، y برابر لولهٔ اول است. طول لولهٔ دوم را به صورت جبری بنویسید.

تمرین انرژی جنبشـــی (K) یک جســـم به جرم (m) که با ســـرعت (V) در حرکت باشـــد از رابطه‌ی $K=\frac{۱}{۲}mV^{۲}$ به دست می آید.

الف) اگر جرم جسم ۲۰kg ۲۰kg و سرعت آن $۵\frac{m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی آن را به دست آورید.

ب) اگر انرژی جنبـ شی ج سمی که با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در حرکت ا ست برابر ۲۵ با شد، جرم این ج سم را تعیین کنید.

جلسه ۱۵ : تجزیه (فاکتورگیری)

۱- تجزیه (فاکتورگیری)

به تبدیل یک عبارت جبری به .... عبارت جبری، تجزیه می‌گویند. یکی از حالت‌های ساده تجزیه، فاکتورگیری می‌باشد.

$a(b+c)=ab+ac$: عمل پخشی (توزیع‌پذیری)

$ab+ac=a(b+c)$: تجزیه (تبدیل به ضرب)

تمرین عبارت‌های زیر را به ضرب تبدیل کنید.

$۷ab-b=$ $\qquad$ $۴abc-۱۲ac=$

$۵a+۱۰ab=$ $\qquad$ $۲x+۴xy=$

۲- عامل مشترک چند عبارت جبری

برای تجزیه‌ی یک عبارت جبری، عامل یا بخش مشـــترک جمله ها را پیدا کرده و بیرون پرانتز می‌نویسیم. برای تشخیص قسمت مشترک، می‌توان عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

تمرین عبارت جبری $۶a^۴b^۲c^۳-۸a^۳b^۴c^۳$ را در نظر بگیرید:

الف) عامل مشترک دو جمله‌ی عبارت جبری چیست؟

ب) با ضرب کردن چه عبارتی در جملهٔ مشترک، جملهٔ اول عبارت ساخته می‌شود؟

ج) با ضرب کردن چه عبارتی در جملهٔ مشترک، جملهٔ دوم عبارت ساخته می‌شود؟

د) عبارت فوق را تجزیه کنید.

تمرین عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

$۷ab-b=$ $\qquad$ $۴abc-۱۲ac=$

$۵a+۱۰ab=$ $\qquad$ $۲x+۴xy=$

تمرین عبارت‌های زیر را به ضرب تبدیل کنید.

$x\times ۲^{a}-y\times ۲^{a+۱}=$

$۲^{۳x+y}-۲^{۳x+z}=$

$۲x^{۱۲}-۴x^{۱۱}=$

۳- کاربردهای تجزیه

۳ – ۱- ساده کردن کسرها به کمک تجزیه

تمرین ابتدا صورت و مخرج کسر را تجزیه و سپس آن‌را ساده کنید.

الف) $\frac{a^{2}b+ac}{a^{2}b-ac}=$ $(a\neq 0, b\neq c)$

ب) $\frac{4a^{2}-3a}{8ab-6b}=$ $(a\neq \frac{3}{2}, b\neq 0)$

۳ – ۲- محاسبه‌ی مقدار عددی به کمک تجزیه

تمرین مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=-1$ به‌دست آورید.

$$\frac{x^{3}-2x^{4}y^{2}}{14x^{2}y^{2}-7x}=$$

۳ – ۳- تجزیه‌ی عبارت‌های توان‌دار

تمرین آیا تساوی $(4a-2b)^{2}=2(2a-b)^{2}$ صحیح است؟ چرا؟

نکته: وقتی عبارت دارای توان را تجزیه می‌کنیم، .... هم به توان می‌رسد.

۳ – ۴- تجزیه و عبارت‌های جبری

تمرین ثابت کنید:

الف) چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود؟

ب) مجموع دو عدد که یکی زوج و یکی فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟

۴- نمایش جبری اعداد چند رقمی

عدد دو رقمی که یکان آن b و دهگان آن a باشد را با نماد $\overline{ab}$ نمایش می‌دهند، (تا با عبارت ab به معنای $a\times b$ اشتباه نشود). بنابراین:

$\overline{ab}=10a+b$ $\overline{abc}=$ ....

تمرین ثابت کنید مجموع هر عدد دو رقمی و مقلوب آن، مضرب ۱۱ است.

جلسه ۱۶ : معادله

۱- معادله‌های خطی و کسری

تمرین معادله‌های زیر را حل کنید.

$۱۲-۳x=-(۲x+۱)-۷ \rightarrow$

$۵x-۲(۳-۲x)=۴+x \rightarrow$

$۲(۲a-۷)=۳(۷-۲a)+۱ \rightarrow$

تمرین معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $\frac{۲}{۵}x-\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۶} \rightarrow$

ب) $\frac{۲x-۱}{۳}=\frac{x+۳}{۴} \rightarrow$

ج) $۱-\frac{۵x+۳}{۲}=\frac{۲}{۳} \rightarrow$

د) $\frac{۲}{x+۱}-\frac{x-۱}{x+۱}=۱\frac{۶}{۷} \rightarrow$

تمرین اگر $x=-۲$ جواب معادله‌ی $(m+۳)x^{۲}-(۲m+۱)x+۴=۰$ باشد، m را بیابید.

۲- راهبرد تشکیل معادله (معادله‌سازی)

۱- ابتدا سعی می‌کنیم همه‌ی متغیرهای مسئله را برحسب یک .... بنویسیم.

۲- سپس با استفاده از اطلاعات مسئله، معادله‌ای تشکیل داده و سپس آن‌را حل می‌کنیم.

۳- پس از به‌دست آوردن مجهول باید بررسی کنیم که ....

۳– حل مسائل کلامی

تمرین حاصل جمع سه عدد متوالی طبیعی ۷۲ شده است. عدد وسط چه عددی است؟

تمرین مجموع سه عدد فرد متوالی برابر ۵۱ است. این اعداد را تعیین کنید.

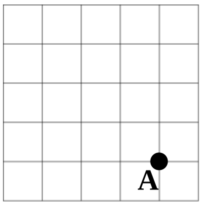
تمرین اگر مربع عددی به دو برابر آن اضافه شود، عدد حاصل، ۱۵ خواهد بود. این مسئله دو جواب دارد. آن‌ها را بیابید.

تمرین عرض مستطیلی، هشت واحد کوچک‌تر از سه برابر طول آن است. اگر محیط این مستطیل، ۸ سانتی‌متر باشد، مساحت آن چند سانتی‌متر مربع خواهد بود؟

تمرین میوه فروشی ۵۰ عدد هندوانه با میانگین وزن ۶/۲ کیلوگرم را به دو دسته مرغوب با میانگین ۷ کیلوگرم و غیرمرغوب با میانگین ۵ کیلوگرم تقسیم کرده است. چند هندوانه غیرمرغوب در مغازه هست؟

❋ مسئله را دوبار حل کنید. یک‌بار تعداد هندوانه های مرغوب را x و هندوانه‌های غیر مرغوب را .... بگیرید و بار دوم تعداد غیر مرغوب‌ها را x و تعداد مرغوب‌ها را .... بگیرید.

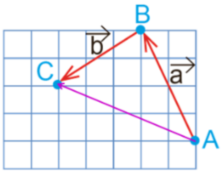
جلسه ۱۷ : جمع بردارها



۱- یک حرکت به جای دو حرکت

تمرین متحرکی با جابه جایی $\begin{bmatrix}-3\\4\end{bmatrix}$ از نقطه A به نقطه B رفته و سپس با جابه جایی $\begin{bmatrix}1\\-3\end{bmatrix}$ از B به نقطهٔ C می‌رسد. بر روی شکل، نقاط B و C را مشخص کنید.

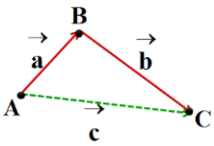
۲- بردار برایند یا حاصل جمع دو بردار



$\vec{c}$

نقطهٔ A ابتدا با بردار انتقال a به نقطهٔ B و سپس با بردار انتقال b به نقطهٔ C منتقل شده است. به بردار c که کار دو بردار انتقال a و b را انجام می‌دهد، بردار برایند یا .... می‌گویند.

۳- جمع دو بردار به روش ترسیم (روش مثلث)



برای به‌دست‌آوردن جمع دو بردار، از ....، بردار دوم را رسم می‌کنیم. برداری که نقطه .... را به نقطه .... رسم می‌کند ، بردار جمع یا برایند می‌باشد. برای شکل فوق می‌توان تساوی برداری مقابل را نوشت: ....

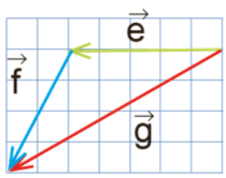
تمرین در هر مورد به روش مثلث جمع دو بردار را ترسیم کنید.

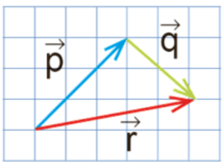
الف) دو بردار هم جهت

ب) دو بردار در خلاف جهت

ج) دو بردار عمود بر هم

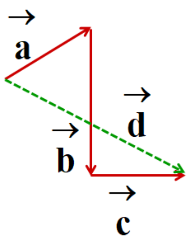
تمرین ابتدا مشخص کنید کدام بردار، حاصل جمع دو بردار دیگر است؛ سپس برای هر شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.





نکته: ترتیب رسم بردارهای اولیه، تاثیری در .... و .... بردار مجموع ندارد.

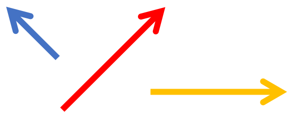
۴- جمع چند بردار به روش ترسیم(روش چند ضلعی)



اگر تعداد بردارها بیش از دو تا باشد نیز می‌توانیم .... با رسم برداری از نقطه‌ی شروع به نقطه‌ی پایان، بردار مجموع یا برآیند به دست می‌آید.

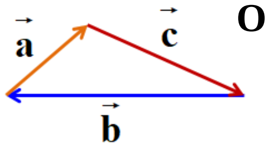
رابطه جمع برداری در شکل فوق عبارت است از: ....

۵- جمع چند بردار به روش ترسیمی



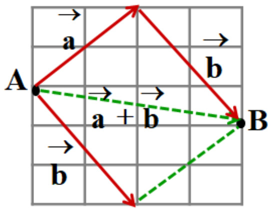
تمرین مجموع بردارهای داده شده را رسم کنید.

۶- بردار صفر



جمع دو بردار ....، برابر بردار صفر است. بردارصفر را به صورت $\vec{O}$ نشان داده و مختصات آن .... است. همچنین در شکل مقابل، مجموع سه بردار برابر صفر است زیرا ....

۷- جمع دو بردار به روش ترسیم (روش متوازی‌الاضلاع)



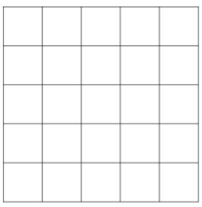
در این روش دو بردار را از .... رسم می‌کنیم. سپس از انتهای بردار اول، موازی .... و از انتهای بردار دوم، موازی ....، خط هایی رسم می‌نماییم تا همدیگر را در نقطه‌ای مانند B قطع کنند. بردار $\overrightarrow{AB}$ مجموع (برآیند) دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است: $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$

۸- جمع دو بردار (مختصات)

با توجه به تساوی $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ می‌توان مختصات بردار c را از تساوی مختصاتی زیر به‌دست آورد:

$$\underset{\vec{a}}{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}+\underset{\vec{b}}{\begin{bmatrix} z \\ t \end{bmatrix}}=\underset{\vec{a}+\vec{b}}{\begin{bmatrix} x+z \\ y+t \end{bmatrix}}$$

تمرین برای تساوی $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$ شکلی رسم کنید که بردار c ، حاصل جمع بردارهای دیگر باشد. برای شکل، یک جمع برداری و یک جمع مختصاتی بنویسید.



۹- تفاضل دو بردار

$$\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$$

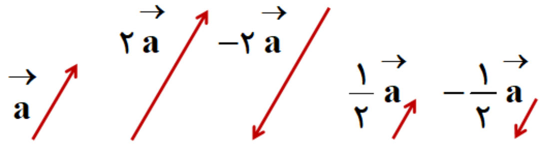
بردار $\vec{a}-\vec{b}$ با بردار مجموع (برآیند) دو بردار $\vec{a}$ و قرینه‌ی $\vec{b}$ برابر ا ست. بنابراین برای ر سم بردار تفاضل باید:

۱- ....

۲- سپس از انتهای آن .... بردار دوم را رسم کنیم.

۳- نقطه‌ی .... را به .... وصل کنیم.

جلسه ۱۸ : ضرب عدد در بردار



۱– ضرب عدد در بردار

وقتی عددی در یک بردار ضرب شود:

۱- بردار جدید .... با بردار اولیه است.

۲- اگر عدد مثبت باشد، بردار جدید .... بردار اولیه است.

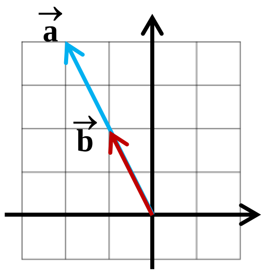
۳- اگر اندازهٔ عدد .... باشد، اندازه بردار حاصل بزرگتر از بردار اولیه است.

۴- وقتی عددی در بردار ضرب شود، آن عدد، هم در طول و هم در عرض بردار ضرب می‌شود.

$$k \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .... \\ .... \end{bmatrix}$$

۵- اگر بردار $\vec{b}$ قرینه‌ی بردار $\vec{a}$ باشد، طول و عرض $\vec{a}$ به‌ترتیب قرینه‌ی طول و عرض $\vec{b}$ است.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \longrightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} .... \\ .... \end{bmatrix}$$

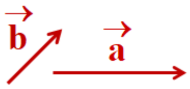


۲– تغییر مختصات در اثر ضرب عدد در بردار

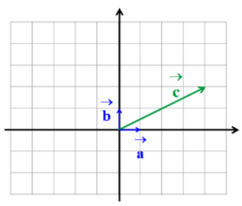
تمرین در هر شکل مختصات بردارهای a و b را بنویسید.(هر دو بردار از مبدأ رسم شده است.) سپس رابطهٔ دو بردار a و b را با یک تساوی برداری و یک تساوی مختصاتی نشان دهید.

۳– ترکیب خطی دو بردار

تمرین بردارهای a و b مفروض‌اند. از نقطهٔ دلخواه O بردارهای ۳a و ۲b را رسم کنید؛ سپس بردار $۳\vec{a}+۲\vec{b}$ را پیدا کنید.



تمرین در شکل زیر بردار $\vec{c}$ را برحسب بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بنویسید.



۴– نمایش ترکیب خطی با مختصات

تمرین اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}-۳\\ ۴\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}۶\\ ۲\end{bmatrix}$ باشد، مختصات بردار $\vec{c}=۴\vec{a}-\frac{۳}{۲}\vec{b}$ را به‌دست آورید.

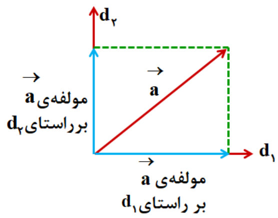
۵– معادله مختصاتی (برداری)

تمرین معادله برداری $-۳\vec{x}=\begin{bmatrix}۲\\ ۷\end{bmatrix}+۴\begin{bmatrix}-۱\\ ۱\end{bmatrix}$ را حل کنید.

تمرین اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}۳\\ -۳\end{bmatrix}$ و $\vec{b}=۳\times\begin{bmatrix}x-۲\\ y+۱\end{bmatrix}$ بوده و $\vec{a}-\vec{b}=\begin{bmatrix}۱\\ ۱\end{bmatrix}$ باشند، x و y را به دست آورید.

تمرین اگر $\vec{a}=\begin{bmatrix}۲m+۵\\ -۲\end{bmatrix}$، $\vec{b}=\begin{bmatrix}۴\\ ۲n-۱\end{bmatrix}$ و بردار تفاضل آن‌ها به صورت $\begin{bmatrix}۳\\ -۳\end{bmatrix}$ باشد، m و n را به دست آورید. (مسئله دو سری جواب دارد.)

۶– تجزیه بردار



تجزیه بردار یعنی بتوانیم برای یک بردار مانند a، دو بردار در راستاهای داده شده رسم کنیم که .... برای تجزیه بردار باید:

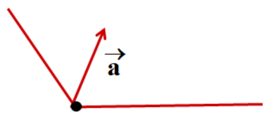
۱– دو راستای .... داشته باشیم.

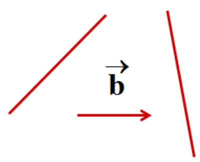
۲– بردار را از .... رسم می‌کنیم.

۳– از انتهای بردار، خطوطی موازی .... رسم کرده تا دو راستا را در دو نقطه قطع کند.

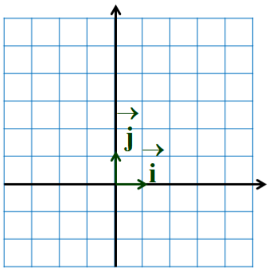
۴–اگر از محل برخورد دو راستا، بردارهایی به سمت این نقاط رسم کنیم مولفه‌های بردار به دست می‌آید.

تمرین در هر مورد بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را در راستاهای داده شده تجزیه کنید.





جلسه ۱۹ : بردارهای واحد مختصات

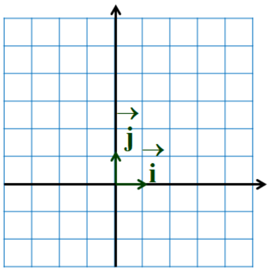


۱– بردارهای واحد جهت نمایش بردار

در شکل روبه رو، بردارهای واحد روی هر دو محور مشخص شده اند.

مختصات این بردارها عبارت است از:

$$\vec{i} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad , \quad \vec{j} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$



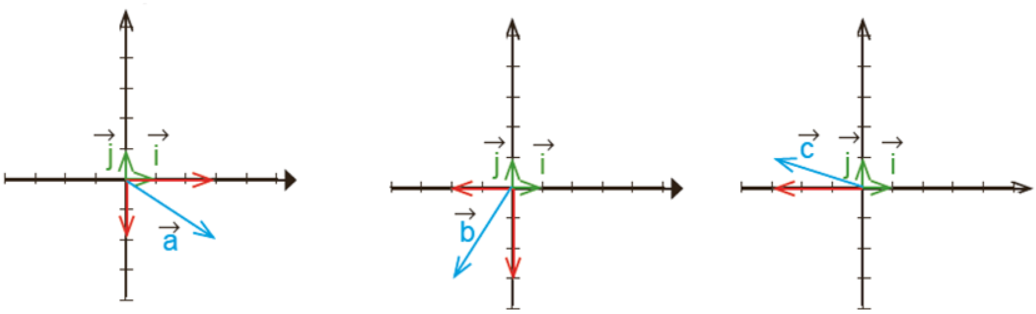
تمرین بردار $\vec{a} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$ را رسم کنید.

* مختصات بردار a را بنویسید.

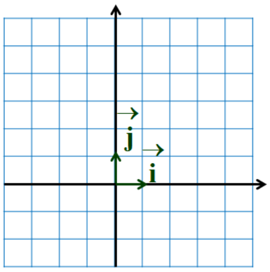
* مختصات بردار a را از رابطه زیر به‌دست آورید.

$$\vec{a} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j} =$$

تمرین در هر قسمت، بردار داده شده را یکبار بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ سپس به صورت مختصاتی بنویسید.



۲– تبدیل مختصات به بردارهای واحد



تمرین بردارهای زیر را روی دستگاه مختصات رسم و هر بردار را برحسب بردارهای واحد i و j بنویسید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۴ \end{bmatrix} \rightarrow \qquad \vec{b} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \rightarrow$$

تمرین مختصات و بردارهای واحد را به هم تبدیل کنید.

$$\begin{bmatrix} ۵ \\ ۲ \end{bmatrix} = \qquad \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = \qquad ۳\vec{i} - ۴\vec{j} = \qquad -\vec{i} + ۲\vec{j} =$$

۳–حل معادلات بردارهای واحد

تمرین معادله $\begin{bmatrix}5\\6\end{bmatrix}=2\vec{i}+3\vec{j}+4\vec{x}$ را به دو روش حل کنید.

الف) تبدیل همه عبارت ها به مختصات

ب) تبدیل همه عبارت ها به بردارهای واحد

تمرین معادله برداری مقابل را حل کنید. $2\vec{i}+\begin{bmatrix}-4\\-1\end{bmatrix}=-3\vec{j}+\begin{bmatrix}5\\3\end{bmatrix}+-2\vec{x}$

تمرین اگر $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}-1\\-3\end{bmatrix}$ باشد، بردار x را از معادله‌ی زیر پیدا کنید.

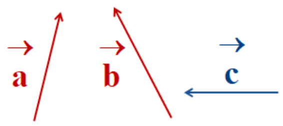
$$4\vec{x}-2\vec{i}=3\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{j}$$

۴– ترکیب خطی برحسب بردارهای واحد

تمرین اگر $\vec{a}=\vec{i}+4\vec{j}$ و $\vec{b}=-3\vec{i}+\vec{j}$ باشد، مختصات بردار x را به‌دست آورید.

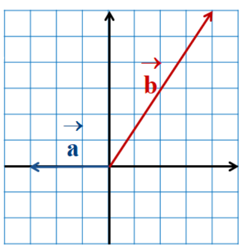
$\vec{x}=2\vec{a}-\vec{b}\rightarrow$

تمرین با توجه به بردارهای a، b و c، بردار $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$ را رسم کنید.



تمرین اگر $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ و $\vec{b}=\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$ باشد، مختصات بردار x را پیدا کنید.

$2\vec{x}=\vec{a}-5\vec{b}\rightarrow$

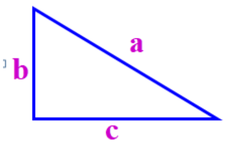


تمرین با توجه به شکل، مختصات بردار c را پیدا کنید و سپس آن را رسم نمایید.

$\vec{c}=2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}\rightarrow$

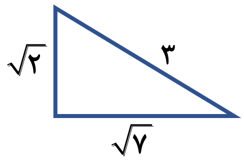
جلسه ۲۰ : رابطه فیثاغورس و عکس آن

۱– رابطه فیثاغورس و عکس آن

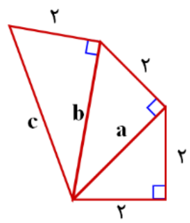


رابطهٔ میان مجذور (مربع) اندازهٔ ضلع های مثلث قائم الزاویه به رابطهٔ فیثاغورس معروف است.این رابطه بیان می کند که در هر مثلث قائم الزاویه، .... با مجموع .... برابر است : $a^{۲} = b^{۲} + c^{۲}$

عکس این رابطه هم درست است یعنی، اگر در مثلثی...، آن مثلث قائم الزاویه است.



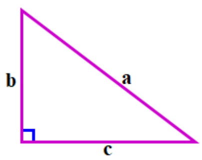
تمرین درستیِ رابطهٔ فیثاغورس را در شکل مقابل بررسی کنید.



تمرین در شکل زیر طول‌های مجهول را به‌دست آورید.

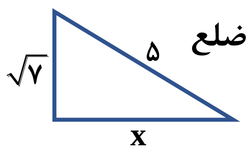
۲– صورت‌های دیگر رابطه فیثاغورس

رابطه‌ی فیثاغورس $a^{۲} = b^{۲} + c^{۲}$ را به‌صورت‌های دیگری نیز می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} b^{۲} = a^{۲} - c^{۲} \\ c^{۲} = a^{۲} - b^{۲} \end{cases}$$

با استفاده از این دو رابطه، می‌توان اندازه قاعده‌ها را مستقیما به‌دست آورد.

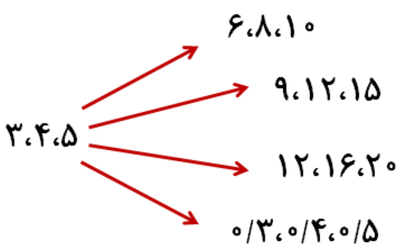


تمرین در مثلث قائم الزاویه زیر ، اندازهٔ دو ضلع داده شده است. اندازهٔ ضلع مجهول راپیدا کنید.

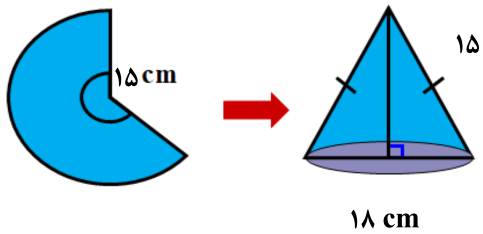
۳– اعداد فیثاغورسی

به اعدادی نظیر (۳،۴،۵)، ....، .... اعداد فیثاغورسی می‌گویند.

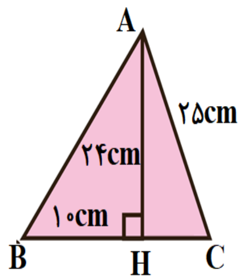
نکته: هرم ضربی از یک گروه اعداد فیثاغورسی نیز تشکیل اعداد فیثاغورسی می‌دهد.



تمرین با قطاعی از یک دایره به شعاع ۱۵ سانتی‌متر، مخروطی به قطر قاعده ۱۸ سانتی‌متر ساخته شده است. ارتفاع این مخروط را تعیین کنید.

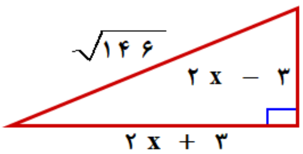


تمرین محیط و مساحت مثلث ABC را حساب کنید.



۴- مسائل جبری

تمرین در مثلث قائم‌الزاویه زیر، مقدار x چه‌قدر است؟



۵- طول پاره خط

تمرین فاصله‌ی دو نقطه $\begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -۱ \\ ۱۱ \end{bmatrix}$ از یکدیگر چند واحد است؟

تمرین مختصات رأس‌های مثلثی، $A = \begin{bmatrix} ۷ \\ ۴ \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} ۱۰ \\ -۵ \end{bmatrix}$ است. نوع این مثلث را تعیین کنید؟

۶- اندازه‌ی بردار

تمرین اندازه‌ی بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۵ \\ ۴/۸ \end{bmatrix}$ چند واحد است؟

جلسه ۲۱: شکل‌های هم‌نهشت

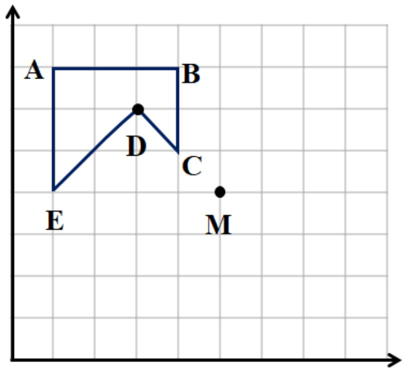
۱- دو شکل هم‌نهشت

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (مانند .... ، .... و ....) طوری بر شکلی دیگر منطبق کنیم که ....، این دو شکل با یکدیگر هم‌نهشت هستند.

تمرین برای به‌دست آوردن یکی از هم‌نهشت‌های شکل مقابل آن‌را به اندازه 90° حول نقطه‌ی M دوران می‌دهیم.

الف) شکل را کامل کنید و مختصات نقطه‌ی نظیر D را بیابید.

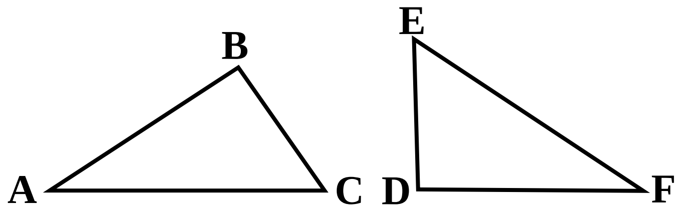
ب) اگر ضلع PQ متناظر با ضلع ED باشد، مختصات بردار $\overrightarrow{PQ}$ را به‌دست آورید.



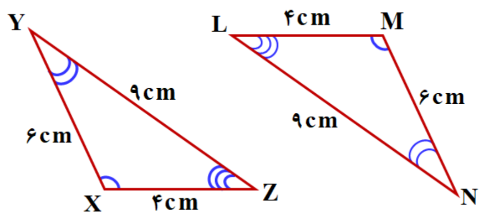
۲- اجزاء متناظر

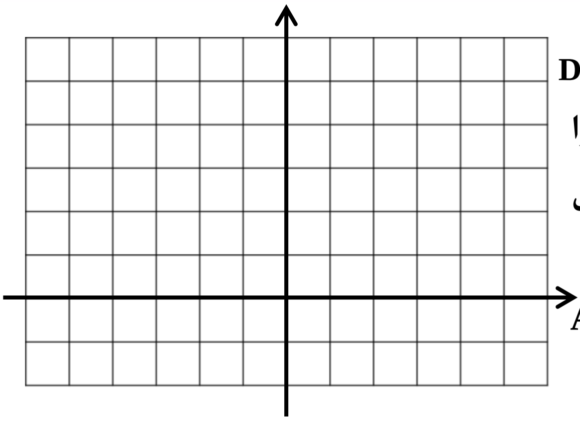
تمرین دو مثلث زیر با یکدیگر همنهشت‌اند: $A\hat{B}C \cong D\hat{E}F$

در نتیجه اجزای متناظر آنها با هم مساوی هستند. تساوی ضلع ها و زاویه های متناظر این دو مثلث را بنویسید.



تمرین دو مثلث زیر با یکدیگر هم‌نهشت‌اند. دو نوع تبدیل را بیان کنید که با آن‌ها مثلث XYZ بر مثلث LMN منطبق می‌شود.





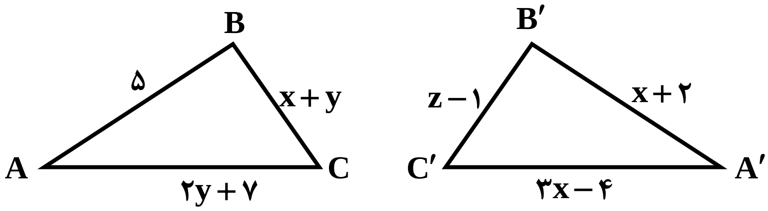
تمرین نقاط $A=\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}$ ، $B=\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$ ، $C=\begin{bmatrix}۵\\۶\end{bmatrix}$ و $D=\begin{bmatrix}۱\\۴\end{bmatrix}$ راس‌های متوازی‌الاضلاع ABC هستند. ابتدا آن‌را نسبت به محور عرض قرینه کرده، سپس شکل جدید را با بردار $\vec{a}=\begin{bmatrix}-۳\\-۲\end{bmatrix}$ انتقال می‌دهیم:

الف) در شکل نهایی کدام ضلع متناظربا ضلع AC است؟

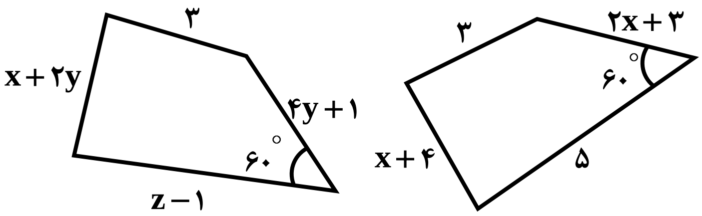
ب) مختصات راس نظیر D در شکل نهایی را بنویسید.

۳- مسائل جبری شکل‌های هم‌نهشت

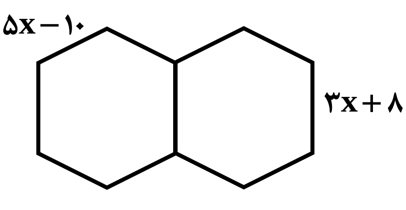
تمرین مثلث ABC را می‌توان با انتقال بر مثلث $A'B'C'$ منطبق‌کرد.اندازهٔ اضلاع مثلث‌ها را به‌دست آورید.



تمرین دو چهارضلعی زیر هم‌نهشت هستند. مقدار x+y+z را بدست آورید.



تمرین اگر دو شش ضلعی منتظم مقابل با یکدیگر هم‌نهشت باشند، محیط شکل چقدر است؟

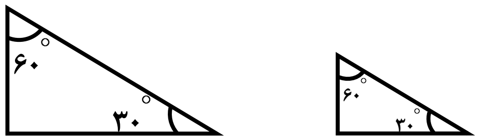


جلسه ۲۲ : مثلث‌های هم‌نهشت

۱- تساوی سه زاویه

اگر زاویه‌های مثلثی نظیر به نظیر با مثلث دیگر برابر باشد الزاماً دو مثلث، هم‌نهشت نخواهند بود.

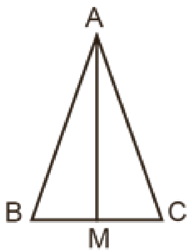
به عنوان مثال زاویه‌های دو مثلث زیر نظیر به نظیر برابرند ولی دو مثلث هم‌نهشت نیستند.



۲- تساوی سه ضلع

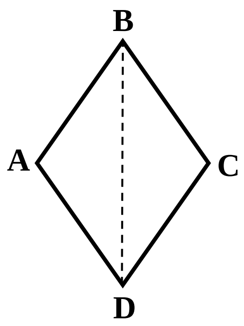
اگر سه ضلع مثلثی نظیر به نظیر با سه ضلع مثلث دیگری هم‌اندازه باشد،دو مثلث هم‌نهشت خواهند بود.

نکته: برابری ضلع‌ها باعث هم‌نهشتی دو مثلث است ولی در مورد سایر شکل‌ها الزاماً چنین نیست.



تمرین در مثلث ABC متساوی الساقین مقابل، نقطهٔ M وسط BC است.

نشان دهید چرا ضلع های دو مثلث ایجاد شده با هم برابرند.



تمرین در لوزی $ABCD$ مقابل:

الف) چرا $D\hat{A}B = D\hat{C}B$ ؟

ب) چرا $AD \parallel BC$ و $AB \parallel DC$ ؟

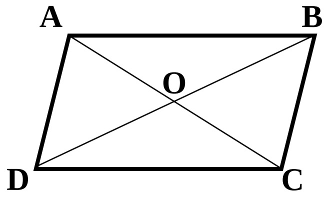
ج) آیا می‌توان نتیجه گرفت که هر لوزی نوعی متوازی‌الاضلاع است؟

۳- تساوی دو ضلع و زاویه بین آن‌ها

اگر دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از یک مثلث نظیر به نظیر با دو ضلع و زاویه بین آن‌ها از مثلث دیگر برابر باشد، آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.

تمرین نشـــان دهید در هر مثلث متســـاوی‌الســـاقین، زاویه‌های روبه‌رو به اضـــلاع مســـاوی، با یکدیگر مساوی هستند.

تمرین در چهارضلعی زیر، قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند.



الف) ثابت کنید $\overset{\Delta}{AOB}=\overset{\Delta}{COD}$

ب) چرا $\overset{\Delta}{AOD}=\overset{\Delta}{BOC}$ ؟

ج) ثابت کنید $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.

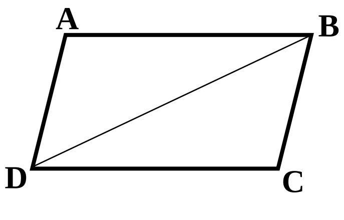
۴–تساوی دو زاویه و ضلع بین آن‌ها

اگر دو زاویه و ضلع بین از مثلثی نظیر به نظیر با دو زاویه و ضلع بین از مثلث دیگری برابر با شد، آن دو مثلث هم‌نهشت هستند.

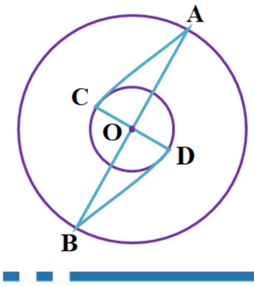
تمرین ثابت کنید اگر زاویه های دو زاویه مثلثی با هم برابر با شند، ضلع های نظیر آن دو زاویه نیز برابرند.

تمرین ثابت کنید اگر در مثلثی نیم ساز یک رأس، ارتفاع وارد بر ضلع مقابل آن نیز با شد، آن مثلث متساوی‌الساقین است.

تمرین به کمک قضیه خطوط موازی و مورب، نشان دهید قطر هر متوازی‌الا ضلاع، آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند.



تمرین دو دایره در شکل زیر در نقطه‌ی O هم‌مرکز هستند. نشان دهید دو مثلث $\overset{\Delta}{OCA}$ و $\overset{\Delta}{ODB}$ هم‌نهشت هستند.



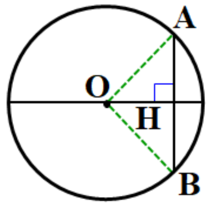
جلسه ۲۳: هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه

۱- تساوی وتر و یک ضلع

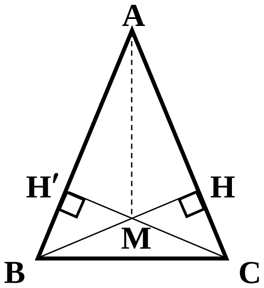
اگر وتر و یک ضلع از مثلث قائم‌الزاویه‌ای نظیر به نظیر با وتر و یک ضلع از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگری برابر با شند، ضلع سوم آن‌ها نیز برابرند زیرا .... ، در نتیجه آن دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

تمرین ارتفاع وارد بر قاعدهٔ مثلث متساوی‌الساقینی را رسم کرده‌ایم. چرا مثلث‌های ایجاد شده با یکدیگر هم‌نهشت‌اند؟

تمرین نشان دهید قطری از دایره که بر یک وتر عمود باشد، آن را نصف می‌کند.



تمرین در شکل زیر ارتفاع‌ها همدیگر را در نقطه M قطع کرده‌اند و $MH = MH'$ است.

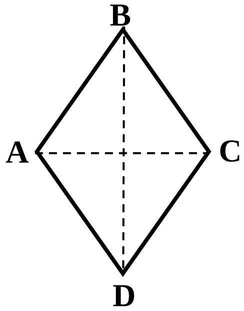


الف) چرا $\overset{\Delta}{AMH} = \overset{\Delta}{AMH'}$؟

ب) چرا $\overset{\Delta}{AHB} = \overset{\Delta}{AH'C}$؟

ج) چرا $\overset{\Delta}{ABC}$ متساوی‌الساقین است؟

تمرین نشان دهید اگر نقطه‌ای از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد.



تمرین چهارضلعی ABCD لوزی است

الف) چرا AC عمود منصف BD است؟

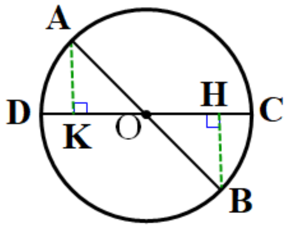
ب) چرا BD عمود منصف AC است؟

ج) آیا می‌توان نتیجه گرفت که در هر لوزی قطرها عمود منصف یکدیگرند؟

۲- تساوی وتر و یک زاویه تند

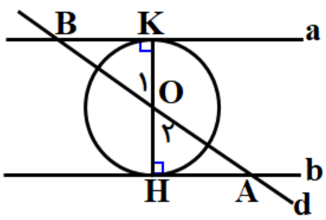
اگر وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه‌ای نظیر به نظیر با وتر و یک زاویه تند از مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگری برابر باشند، آن دو مثلث به روش .... هم‌نهشت هستند، زیرا ....

تمرین در شکل زیر AB و CD دو قطر دایره هستند. از نقاط A و B دو سر قطر AB بر CD عمود رسم کرده‌ایم. نشان دهید اندازه این عمودها با یکدیگر برابر است.



تمرین ثابت کنید هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

نکته: در صورتی که برابر بودن وترها معلوم نباشد، می‌توانیم از حالت‌های ض‌زض یا زض‌ز همنهشتی دو مثلث قائم الزاویه را ثابت کنیم.



تمرین در شکل مقابل خط d از مرکز دایره می‌گذرد و دو خط a و b بر قطر KH عمودند. ثابت کنید: OA=OB

جلسه ۲۴ : توان

۱– قانون اول: ضرب دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی

برای نو شتن حا صل، پایه را نو شته و توان‌ها را .... به عبارت دیگر، اگر a عددی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند:

$a^m \times a^n = ...$

تمرین حاصل را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

الف) $۲^۵ \times ۲^۹ =$

ب) $(\frac{-۵}{۸})^۷ \times (\frac{۵}{۸})^۵ =$

ج) $(\frac{۴}{۳})^۸ \times (\frac{۴}{۳})^۳ =$

د) $۲۷ \times ۲۴۳ =$

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

الف) $a^۳ \times a^۳ =$

ب) $(-xy)^۴ \times (xy)^۵ =$

ج) $۲x^۵ \times x^۶ =$

د) $(a-b)^۳ \times (b-a)^۸ =$

۲– عکس قانون اول

درصورتی‌که نیاز باشد می‌توانیم قانون اول را به صورت برعکس استفاده کنیم:

$a^{m+n} = a^m \times a^n$

تمرین جاهای خالی را با عددها و حرف‌های مناسب پر کنید.

الف) $b^{۱۰} = b^۸ \times b^{\square}$

ب) $۲^{x+۴} = ۲^{\square} \times ۲^{x+۳}$

ج) $(\frac{۵}{۹})^{۲x+۳} = (\frac{۵}{۹})^{x+۱} \times (\frac{۵}{۹})^{\square}$

تمرین اگر $a = ۵^{۲x+۳}$ باشد، ۲۵^x را برحسب a به‌دست آورید.

۳– قانون دوم: ضرب دو عدد توان‌دار با توان مساوی

ابتدا پایه‌ها را .... کرده و سپس توان مشترک را برای آن منظور می‌کنیم. لذا اگر a عددی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند:

$a^m \times b^m = ...$

تمرین حاصل را به‌صورت عدد یا عبارتی توان‌دار بنویسید.

الف) $(-۵)^۴ \times (\frac{۱}{۱۲۵})^۴ =$

ب) $۴^۶ \times ۳^۴ \times ۶^۶ \times ۸^۴ =$

ج) $۱۶۹ \times ۱۹۶ =$

د) $۴x^۴y^۳ \times ۸xy^۲ =$

۴– عکس قانون دوم

اگر حاصل‌ضرب چند عدد یا عبارت به توان برسد، این توان بر روی .... تاثیر می‌گذارد: $(a\times b)^m =$ ....

۵– قانون سوم: به توان رساندن عدد توان‌دار

پایه را بدون تغییر نوشته و توان‌ها .... می‌کنیم (و برعکس). یعنی اگر a عددی دلخواه و m و n دو عدد طبیعی باشند: $(a^m)^n =$ ....

تمرین حاصل را تا حد امکان ساده کنید.

الف) $۴۲^۴ \times ۵۶^۳ =$

ب) $(-۲x^۳y^۴)^۳ \times (۴x^۲y)^۲ =$

تمرین حاصل را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

الف) $(۴x^۳)^۴(۴y^۲)^۳(x^۲y^۸) =$

ب) $۹m \times (۹m^۲)^۴ \times ۸۱m^۵ =$

تمرین در جای خالی اعداد مناسب قرار دهید.

$۹^{۱۸} = ۳^{\square} = ۲۷^{\square} = ۸۱^{\square}$

تمرین در جای خالی اعداد مناسب قرار دهید.

الف) $۱۲۸^۵ = ۳۲^{\square}$

ب) $۲۷^۸ = ۸۱^{\square}$

ج) $۴۹^{۱۵} = \square^۲$

د) $۴^{۱۴} = \square^۷$

تمرین پاسخ دهید:

الف) بیست و پنج برابر عدد $۶۲۵^۳$ را به‌صورت توان‌دار بنویسید.

ب) هشتاد و یک برابر عدد $۲۴۳^۴$ مساوی چند برابر عدد $۹^۳$ است؟

تمرین حاصل $۷^{۲۴} \times ۳^{۳۲}$ را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

جلسه ۲۵ : تقسیم اعداد توان دار

۱– قانون چهارم: تقسیم دو عدد توان‌دار با پایه‌های مساوی

پایه را نوشـــته و توان .... را منهای توان .... می‌کنیم. بنابراین اگر a عددی دلخواه و مخالف صفر و m و n عددهایی طبیعی باشند:

$$a^m \div a^n = a^{\square} \quad (m > n)$$

تمرین حاصل هر یک از تقسیم‌های زیر را به‌صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

$(\frac{۵}{۳})^{۹} \div (\frac{۵}{۳})^{۳} =$

$(-۸)^{۱۴} \div (۸)^{۹} =$

تمرین حاصل هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت عددی توان‌دار بنویسید.

$\frac{(-۷)^{۱۰}}{(-۷)^{۷}} =$

$(-\frac{۲}{۳})^{۷} \div (\frac{۲}{۳})^{۳} =$

$(ab)^{۱۲} \div a^{۸}b^{۸} =$

$(xy)^{۷} \div (xy)^{۴} = (xy)^{۳}$

$(\frac{۵}{۳})^{۹} \div (\frac{۱۰}{۶})^{۳} =$

$(-۲۷)^{۱۶} \div (۹)^{۹} =$

تمرین عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$\frac{۷^{۱۲} \times ۸^{۱۲}}{۴^{۱۰} \times ۱۴^{۱۰}} =$

$\frac{(۲x^{۳})^{۶} \times ۱۲۸x^{۷}}{(۲x)^{۱۳}} =$

$\frac{(a^{۵})^{۳}}{a^{۹}} =$

تمرین جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید.

$۳^{۹} \div ۹^{\square} = ۳^{۵}$

$\frac{۲^{۱۳}}{(۲^{۳})^{\square}} = ۲$

$\frac{۲^{۸}}{۲^{۱۲}} = \frac{۱}{\square}$

$(\frac{۶}{۱۰})^{۵} \div (\quad)^{۲} = (\frac{۳}{۵})^{۳}$

تمرین ربع نصف عدد $۳۲^{۶}$ را به‌صورت عدد توان‌دار نمایش دهید.

تمرین حاصل عبارت زیر را به‌دست آورید.

$$\frac{(\frac{۳}{۵})^{۷}\times(\frac{۹}{۲۵})^{۶}}{(\frac{۹}{۱۵})^{۹}\times(۰/۴)^{۲}}=$$

نکته: اگر توان مخرج بزرگ‌تر از توان صورت باشد: $\frac{۵^{۴}}{۵^{۶}}=\frac{۵^{۴}}{۵^{۲}\times۵^{۴}}=\frac{۱}{۵^{۲}}$

تمرین ساده کنید.

$۲^{۸}\div۲^{۹}=$ $\qquad$ $\frac{۳}{۳^{۵}}=$ $\qquad$ $\frac{۶^{۳}}{۶^{۸}}=$

۲– عکس قانون چهارم

گاهی اوقات لازم است عدد توان‌دار را به‌صورت تقسیم دو عدد درآوریم: $(a\neq۰)$ $\quad a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$

تمرین اگر $a=۴^{۳x-۱}$ باشد مطلوب است محاسبه ۸^{x}.

۳– قانون پنجم: تقسیم دو عدد توان‌دار با توان مساوی

در تقسیـــیم اعداد توان‌دار با توان مســاوی، پایه .... را بر پایه .... تقســیم کرده و توان م شترک را برای آن می‌نوی سیم. بنابراین اگر a و b دو عدد دلخواه و m یک عدد طبیعی و $b\neq۰$ باشد: $a^m\div b^m=..........$

تمرین حاصل هریک از تقسیم‌های زیر را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$۹^{۶}\div۲۷^{۲}=$ $\qquad$ $۳^{۵}\div۹^{۵}=$

$۱۸^{۹}\div۶^{۹}=$ $\qquad$ $۷^{۷}\div۳^{۷}=$

$۳۶^{۳}\div۹^{۳}=$ $\qquad$ $(-۲۷)^{۳}\div(۳)^{۳}=$

۴– عکس قانون پنجم

اگر کسری به توان رسیده باشد، توان بر .... تاثیر می‌گذارد: $(\frac{a}{b})^m=.........$

تمرین چنانچه $۲^{x}=a$ باشد حاصل $(۰/۰۶۲۵)^{۳-۲x}$ را بر حسب a به‌دست آورید.

جلسه ۲۶ : محاسبات اعداد توان دار

۱- ازاء گذاری

تمرین مقدار عددی عبارت‌های زیر را به ازای $a=3$ و $b=-1$ و $c=-2$ به‌دست آورید.

الف) $-(2a^2-b)+bc^2=$

ب) $(\frac{a}{b})^2+(\frac{b}{c})^3-1=$

تمرین مقدار عددی عبارت $\frac{16x^{40}-8x^3}{2x^{37}-1}$ را به ازای $x=2$ به‌دست آورید. (فاکتورگیری فراموش نشود.)

۲- قوانین توان

تمرین حجم مکعبی به ضلع $3a$ چند برابر حجم مکعبی به ضلع $2a$ است ؟

تمرین مقایسه کنید: $(-10^3)^2 \;\square\; (-10^2)^3$

۳- معادله‌های توانی

تمرین معادلات زیر را حل کنید.

$(7^4)^{x-3}=7^{12}$

$3^5\times 3^{x+1}=3^8$

$(\frac{2}{3})^{2x-1}\div(\frac{2}{3})^4=(\frac{2}{3})^7$

$\frac{7^{x+1}\times 7^2}{7^6}=7^9$

تمرین در تساوی مقابل، مقدار x و y را به‌دست آورید. $18^6=3^6\times 2^x\times 6^y$

تمرین معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $۷^{x+۱}+۷^{x+۲}=۵۶$

ب) $\dfrac{۳^{۳x-۲}\times ۳^{۲x-۱}}{۳^{x+۱}\times ۳^{x}}=۸۱$

۴- جمع و تفریق اعداد توان‌دار متشابه

برای جمع یا تفریق عددهای توان‌داری که با یکدیگر .... هســـتند، همانند جمع و تفریق عبارت‌های جبری عمل می‌کنیم.

$۳^{۷}+۳^{۷}+۳^{۷}=$

تمرین ساده کنید.

الف) $۳\times ۵^{۱۷}-۲\times ۵^{۱۷}=$

ب) $۹\times ۷^{۱۰}+۲\times ۷^{۱۰}=$

ج) $۳^{۸}+۱۳\times ۳^{۸}-۵\times ۳^{۸}=$

تمرین ساده کنید.

الف) $۲^{۱۲}+۲^{۱۱}=$

ب) $۳^{۱۰}-۳^{۸}=$

ج) $۵^{۹}+۵^{۸}+۵^{۷}=$

تمرین حاصل را به‌دست آورید.

$۲+۲+۲^{۲}+۲^{۳}+۲^{۴}+...+۲^{۱۰۰}=$

تمرین مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=-۱$ ، $y=۲$ و $z=-۳$ و $t=۴$ به‌دست آورید.

$$\dfrac{۲x^{۴}z+t(۲x-y^{۲})-۷}{xy+(\dfrac{t}{y})^{۳}-\dfrac{۳}{z^{۲}}}$$

جلسه ۲۷ : جذر تقریبی

۱- جذر تقریبی

تمرین در شکل مقابل طول پل را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

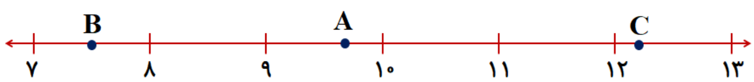
تمرین عدد $\sqrt{۳۰۰}$ بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد؟ مقدارتقریبی آن را تا یک رقم اعشار به دست آورید.

تمرین مقدار $\sqrt{۳۴}$ را تا دو رقم اعشار محاسبه کنید.

تمرین در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

$\sqrt{۱۹}$ ○ $۴\frac{۱}{۴}$ $\sqrt{۴۰}-\sqrt{۲}$ ○ $\sqrt{۳۸}$ $\sqrt{۱/۶۹۶}$ ○ $۱/۳$

تمرین تعیین کنید نقاط مشخص شده روی محور (A,B,C) تقریبا به جذر چه عددی (تا یک رقم اعشار) نزدیک‌تر است؟



۲- پاره‌خط با طول رادیکالی (روش مستقیم)

با حدس و آزمایش دو عدد طبیعی مناسب پیدا کنید که در رابطه‌های فیثاغورس زیر صدق کند:

$\bigcirc^{۲} + \square^{۲} = ۳۴$ $\bigcirc^{۲} + \square^{۲} = ۱۰$

تمرین در هر حالت می‌خواهیم پاره خط‌هایی به طول c رسم کنیم . به کمک رابطه فیثاغورس دو پاره خط مناسب با طول طبیعی بیابید.

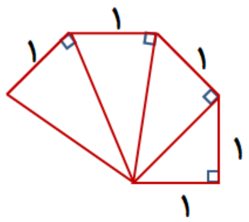
الف) $c = \sqrt{۲۹}$

ب) $c = \sqrt{۶۱}$

ج) $c = \sqrt{۶۵}$

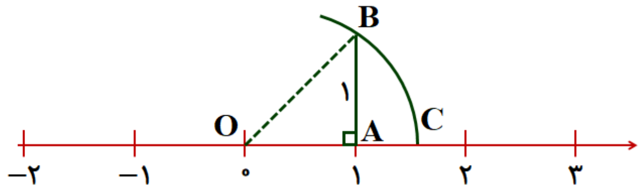
۳– پاره‌خط با طول رادیکالی (روش حلزونی)

فعالیت) در شکل زیر، تعدادی مثلث قائم الزاویه رسم شده است. در هر یک از این مثلث ها طول یک ضلع زاویهٔ قائمه ۱ واحد است. طول وترهای این مثلث ها به ترتیب $\sqrt{۲}$، $\sqrt{۳}$ ، $\sqrt{۴}$، $\sqrt{۵}$. است. با ادامه این شکل پاره‌خط‌هایی به طول $\sqrt{۶}$ و $\sqrt{۷}$ رسم کنید.



۴– نمایش اعداد رادیکالی روی محور

به مرکز O و شعاع OB کمانی می‌زنیم تا محور اعداد را در نقطهٔ C قطع کند. طول پاره‌خط OC برابر.......... است و نقطهٔ C، عدد .... را نمایش می‌دهد.



تمرین عددهای $\sqrt{۱۰}+۱$ و $\sqrt{۵}-۱$ را روی محور نشان دهید.

$\sqrt{۵}$ $\sqrt{۳}$

تمرین عدد $\sqrt{۶}-۱$ را روی محور اعداد نشان دهید.

تمرین به کمک رسم، مکان متناظر با عدد $\sqrt{۲۶}-\sqrt{۹}$ را روی محور اعداد مشخص کنید.

جلسه ۲۸ : ضرب دو عدد رادیکالی

۱– ضرب دو عدد رادیکالی

۱) اگر a و b دو عدد مثبت باشند:

$$\begin{cases}\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}\\ \sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\end{cases}$$

۲) اگر دو عدد رادیکالی ضریب‌دار در یکدیگر ضرب شوند، .... در یکدیگر و .... هم در یکدیگر ضرب می‌شوند:

$$-۲\sqrt{۳}\times ۳\sqrt{۲}=$$

تمرین در تساوی‌های زیر، جاهای خالی را پر کنید.

$\sqrt{۲}\times\sqrt{۳۲}=\square$ $\qquad$ $\sqrt{۳}\times\sqrt{۲۷}=\square$

$\sqrt{۴۰۰}=\sqrt{۵۰}\times\square$ $\qquad$ $\sqrt{۲۸}=\sqrt{۷}\times\square$

۲– تبدیل عدد رادیکالی به ضرب عدد طبیعی در رادیکال

تمرین تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$\sqrt{۲۷}=\sqrt{\ }\times\sqrt{\ }=....\sqrt{\ }$ $\qquad$ $\sqrt{۸}=\sqrt{\ }\times\sqrt{۲}=$

$\sqrt{\ }=\sqrt{\ }\times\sqrt{\ }=۴\sqrt{۳}$ $\qquad$ $\sqrt{۵۰}=\sqrt{\ }\times\sqrt{\ }=$

۳– تقسیم دو عدد رادیکالی

اگر a و b دو عدد مثبت باشند:

$$\begin{cases}\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}\\ \sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\end{cases}\rightarrow \frac{۲\sqrt{۷۵}}{-۱۵\sqrt{۱۲}}=$$

تمرین با مثال نقض نشان دهید روابط زیر همواره برقرار نیست.

$\sqrt{\dfrac{x}{y}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}\quad(y\neq ۰)$ $\qquad$ $\sqrt{xy}=\sqrt{x}\times\sqrt{y}$

تمرین در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$-\sqrt{\frac{۴}{۱۰۰}} = \qquad \sqrt{\frac{۳۶}{۲۵}} = \qquad \sqrt{\frac{\ }{\ }} = \frac{۶}{۷} \qquad -\sqrt{\frac{\ }{\ }} = -۰/۵$$

۴- جمع و تفریق دو عدد رادیکالی

۱) در حالت کلی: $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$$\sqrt{۲۵^۲ - ۲۴^۲ - ۷^۲} =$$

۲) دو عدد رادیکالی در صورت می‌توانند با هم جمع یا از هم کم شوند که .... باشند.

تمرین محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) $۴\sqrt{۵} - ۳\sqrt{۵} =$

ب) $۵\sqrt{۸} - ۳\sqrt{۲} =$

ج) $۴\sqrt{۷} - \sqrt{۷} =$

د) $\sqrt{۴۸} - \sqrt{۲۷} =$

نکته: اگر a عدد مثبت باشد: $(\sqrt{a})^۲ = \sqrt{a^۲} = a$

تمرین حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف) $(۲\sqrt{۵} + ۳)(۲\sqrt{۵} - ۳) =$

ب) $(\sqrt{۳} - \sqrt{۲})^۲ =$

ج) $(\sqrt{۵} + \sqrt{۳})^۲ =$

تمرین محاسبات زیر را انجام دهید.

الف) $(۲\sqrt{۲} - \sqrt{۳})(۲\sqrt{۲} + \sqrt{۳}) =$

ب) $(\sqrt{۲} + \sqrt{۳})^۲ - (\sqrt{۲} - \sqrt{۳})^۲ =$

ج) $\sqrt{\sqrt{۳} - ۱} \times \sqrt{\sqrt{۳} + ۱} =$

جلسه ۲۹ : علم آمار

۱– علم آمار

۱) علم آمار عبارت است از علم .... ، .... و .... اطلاعات

۲) به اطلاعاتی که جمع‌آوری می‌کنیم، .... می‌گویند.

۳) داده‌ها را با چوب خط، سرشماری و در .... سازماندهی می کنند.

۲– سازماندهی اطلاعات به کمک نمودارها

۱) برای .... و .... بهتر داده‌های آماری از انواع نمودارها استفاده می‌کنند.

۲) هرنمودار با توجّه به .... و ....، کارایی دارد.

۳) آن چه اهمیت دارد رسم نمودار نیست؛ بلکه انتخاب .... است.

۳– انواع نمودارهای آماری

۱) نمودار میله‌ای: برای .... و پیدا کردن .... به‌کار می‌رود.

۲) نمودار خط شکسته: در موضوع هایی که .... اهمّیت دارد، از این نوع نمودار استفاده می‌شود.

۳) نمودار تصویری: در مواردی استفاده می‌شود که به جای .... از .... استفاده می‌کنیم.

۴) نمودار دایره‌ای: برای نشـــان دادن این که یک مقدار مشـــخّص .... تقسیم شده و مشخص کردن سهم هر بخش روی دایره از این نمودار استفاده می‌شود.

۴– دسته‌بندی اطلاعات جمع آوری شده

۱) اگر داده‌های جمع‌آوری شـــده زیاد و پراکنده باشـــند، داده‌ها را متناســـب با موضـــوع آماری دسته‌بندی و سازماندهی می‌کنیم.

۲) .... یکی از ساده‌ترین ابزارهای دسته‌بندی داده‌ها است.

۵– ویژگی‌های جدول فراوانی داده‌ها

۱) به اختلاف بین بزرگترین و کوچکترین داده .... گفته می‌شود.

۲) از تقسیم کردن تعداد دسته‌ها بر دامنه تغییرات، .... به‌دست می‌آید.

تمرین اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده آماری ۸ و ۵۲ بوده و طول د سته‌ها ۴ با شد، تعداد دسته‌ها را تعیین کنید.

۳) حدود د سته‌ها: اگر به کوچکترین داده، طول د سته را اضافه کنیم، عدد انتهایی د سته به‌د ست می‌آید، سپس د سته بعدی با انتهای د سته قبل شروع می شود. به اعداد ابتدا و انتهای د سته، .... و .... می‌گویند.

تمرین اگر بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین داده آماری ۶۷ و ۱۵ بوده و طول د سته‌ها برابر ۳ با شد، حدود دسته‌ها را مشخص کنید.

۴) با توجه به حدود دســـته‌ها و با اســـتفاده از چوب خط، .... را که به آن فراوانی می‌گویند تعیین می‌کنند.

تمرین با توجه به داده‌های زیر جدول آماری زیر را کامل کنید. دامنه تغییرات این داده‌ها را به‌دست آورید.

۳۲	۱۲	۱۵
۲۹	۲۷	۲۹
۳۶	۳۵	۳۳
۱۴	۳۹	۳۷

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$۱۲ \leq x < ۱۹$		
$۱۹ \leq x < ۲۶$		
$۲۶ \leq x < ۳۳$		
$۳۳ \leq x < ۴۰$		

سپس نمودار میله‌ای مربوط به این جدول را رسم نمایید.

جلسه ۳۰ : میانگین

۱– میانگین (معمولی)

پس از سازماندهی داده‌های آماری در جدول و رسم نمودار مناسب درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید. می‌توان از میانگین داده ها نیز برای کامل‌تر شـــدن نتایج داده‌ها و تحلیل و تفســیر بهتر آن‌ها استفاده کرد.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \quad \text{یا به صورت جبری} \quad \bar{x} = \frac{S}{n}$$

تمرین نمره‌های یک دانش‌آموز ۱۶/۷۵، ۱۸/۲۵ ، ۱۷/۵ ، ۱۸/۵ و ۱۵ است. میانگین نمره‌های او را حساب کنید.

۲– اختلاف از میانگین

تمرین میانگین عددهای زیر را پیدا کنید:

۲۱/۲۵ – ۲۱ – ۱۷/۵ – ۱۸ – ۲۳/۲۵ – ۲۱/۷۵ – ۱۹/۲۵ – ۲۰ – ۱۹/۷۵ – ۲۰/۲۵

چند عدد بالاتر از میانگین و چند عدد پایین‌تر از میانگین هستند؟
اختلاف عددهای بالاتر از میانگین و نیز عددهای پایین‌تر از میانگین را با میانگین حساب کنید.
حاصل جمع آن‌ها پیدا کنید. نتایج را با هم مقایسه کنید.

تمرین میانگین نمره‌های ۸ درس یک دانش‌آموز ۱۷ اســـت. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که ۱۶/۵ و ۱۵/۵ است به این داده‌ها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید. (چرا نمی‌توان میانگین این دو نمره را پیدا کرده و سپس میانگین آن و ۱۷ را حساب کرد؟)

۳- مرکز دسته

اگر تعداد داده‌ها زیاد بوده و داده‌ها د سته‌بندی شده با شند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد. برای این منظور باید جداول فراوانی داده‌ها را تکمیل و دو ستون .... و .... به آن اضافه کرد.

مرکز هر دسته عبارت است از ....

۴- میانگین تقریبی به کمک جدول

۱- .... را پیدا کرده و در یک ستون جدید می‌نویسیم.

۲- مرکز هر دسته را به جای .... فرض می‌کنیم، زیرا ....

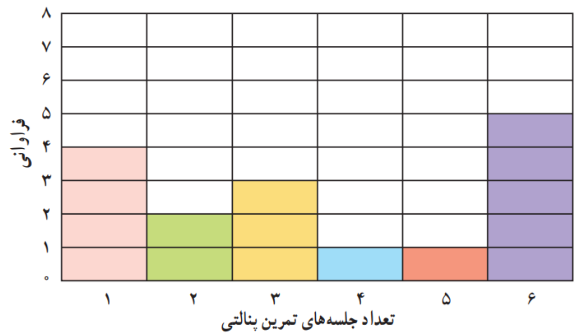
۳- ستون جدیدی با عنوان .... می‌نویسیم. اعداد این ستون، جمع تقریبی .... است.

۴- مجموع ستون فراوانی‌ها و ستون .... را محاسبه می‌کنیم.

۵- میانگین تقریبی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{\text{جمع اعداد ستون فراوانی} \times \text{مرکز دسته}}{\text{جمع اعداد ستون فراوانی}}$$

تمرین نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پنالتی است. با توجه به نمودار، میانگین تعداد ضربات گل شده را به‌دست آورید.



جلسه ۳۱ : پیشامدهای هم‌شانس

۱– پیشامدهای هم‌شانس

وقتی یک سکه را می‌اندازیم، دو حالت ممکن ا ست پیش آید: رو یا پ شت. از آن‌جا که این دو حالت مشابه‌اند، امکان این‌که روی سکه یا پشت آن بیاید، برابر است، لذا این دو پیشامد هم‌شانس هستند. پس احتمال این‌که روی آن بیاید .... و احتمال این‌که پشت سکه بیاید .... است.

تمرین در هر یک از موارد زیر، حالت‌های هم‌شانس را بنویسید.

الف) عقربه چرخنده را می‌چرخانیم.

ب) تاسی را می‌اندازیم.

۲– پیشامد متمم

نکته: احتمال انجام نشدن = احتمال انجام شدن-۱

تمرین در یک کیســـه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. مهره ای را به‌طور تصـــادفی از آن بیرون می‌آوریم. می دانیم احتمال قرمز بودن مهره $\frac{۲}{۷}$ است. احتمال قرمز نبودن مهره را حساب کنید.

۳– احتمال رخ دادن یک پیشامد

برای به‌دست آوردن احتمال انجام شدن یک پیشامد از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{احتمال انجام یک پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت‌های مطلوب}}{\text{تعداد حالت‌های ممکن}}$$

تمرین پنجاه مهره با شماره‌های ۱ تا ۵۰ را در گردونه‌ای ریخته و یکی را به‌طور تصادفی خارج می‌کنیم. احتمال هریک از پیشامدهای زیر را به‌دست آورید:

الف) زوج بودن عدد روی مهره

ب) مضرب ۷ بودن عدد روی مهره

تمرین برای هر یک از موارد زیر یک پیشامد مثال بنویسید.

الف) پیشامدی با احتمال رخ‌دادن صفر:

ب) پیشامدی با احتمال رخ‌دادن کمتر از $\frac{۱}{۳}$:

ج) پیشامدی با احتمال رخ‌دادن $\frac{۱}{۳}$:

نکته: همیشه احتمال رخ دادن یک پیشامد ممکن است صفر یا یک یا عددی بین صفر و یک باشد.

۴– احتمال و تساوی کسرها

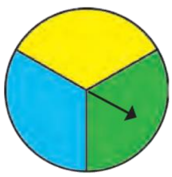
تمرین از یک کیسه حاوی ۶۰ مهره، مهره‌ای را به‌طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال سبز بودن مهره، ($\frac{۱}{۳}$) است. چندتا از مهره‌ها سبزنیست؟

تمرین در یک کیسه تعدادی مهره رنگی وجود دارد. می خواهیم مهره‌ای را به‌طور تصادفی از آن بیرون بیاوریم. می‌دانیم احتمال آبی بودن مهره $\frac{۳}{۸}$ است. آیا می‌توانیم تعداد مهره‌های درون پاکت را مشخص کنیم؟ چرا؟

اگر درون پاکت ۲۴ مهره باشد، چند مهره آن آبی خواهد بود؟

۵– احتمال و تجربه

تمرین اگر عقربه شکل چرخنده روبه‌رو را ۶۰۰ بار بچرخانیم، عبارت‌های درست و نادرست را مشخص کنید.



الف) عقربه ۲۰۰ بار روی قسمت سبز می‌ایستد.

ب) انتظار داریم عقربه تقریبا ۱۰۰ بار روی قسمت زرد بایستد.

ج) انتظار داریم تعداد دفعاتی که عقربه روی هر یک از این سه رنگ می‌ایستد، تقریبا برابر باشد.

تمرین یک تاس در پنج پرتاب پشت سر هم، ۶ آمده است. اگر بار ششم آن را بیندازیم، چه عددی می‌آید؟ چرا؟

جلسه ۳۲ : حالت‌های ممکن

۱– حالت‌های ممکن

تمرین دو سکه را هم‌زمان می‌اندازیم. حالت‌های ممکن برای سکه‌ها را از نظر رو یا پشت آمدن بنویسید.

۲– نمایش حالت‌های ممکن با جدول

تمرین در جدول مقابل، حالت‌های ممکن پرتاب دو سکه نشان داده شده است. باتوجه به آن، احتمال‌های زیر را محاسبه کنید:

سکه دوم / سکه اول		
	رو – رو	رو – پشت
	پشت – رو	پشت – پشت

الف) فقط یکی پشت بیاید: ....

ب) هر دو سکه رو بیایند: ....

ج) دست‌کم یکی پشت بیاید: ....

د) حداکثر یکی رو بیاید: ....

تمرین نورا می‌خواهد به منا سبت روز معلم، از بین تعدادی گل رز سفید، قرمز و صورتی، سه شاخه گل به ترتیب برای معلم‌های ریاضی، فارسی و علوم بخرید:

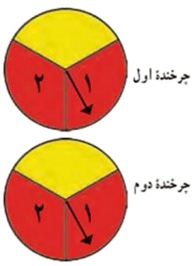
الف) همهٔ حالت‌های ممکن را در یک جدول نمایش دهید.

ب) در چند تا از این حالت‌ها حداقل یکی از گل‌ها صورتی است؟

ج) در چند حالت گل‌ها همرنگ هستند؟

د) در چند حالت برای معلم فارسی گل قرمز خریداری شده است؟

۳– نمایش حالت‌های ممکن با نمودار درختی



تمرین عقربه‌های دو چرخنده مقابل را می‌چرخانیم. همهٔ حالت‌های ممکن رنگی را که عقربه‌ها روی آن می‌ایستند، در یک نمودار درختی، مشخص کنید.

تمرین سه سکه را همزمان پرتاب می‌کنیم. ابتدا نمودار درختی منا سب ر سم کنید، سپس تعیین کنید چه‌قدر احتمال دارد:

الف) فقط یک سکه رو بیاید.

ب) فقط دو سکه پشت بیاید.

ج) رو یا پشت بودن سکه‌ها شبیه هم باشد.

تمرین در یک کارخانه‌ی دوچرخه سازی دو مدل دوچرخه جاده و کوهستان در سه رنگ (زرد، قرمز و آبی) و دو اندازه (۲۴ و ۲۶) تولید می‌شود. در هر صفحه نشریه تبلیغاتی این کارخانه، عکس یکی از این دوچرخه‌ها آمده است. علی یکی از صفحه‌ها را به طور تصادفی انتخاب می‌کند:

الف) احتمال این‌که در این صفحه دوچرخه کوهستان آبی رنگ اندازه‌ی ۲۶ دیده شود، چقدر است؟

ب) چقدر احتمال دارد در این صفحه عکس دوچرخه جاده زرد نباشد؟

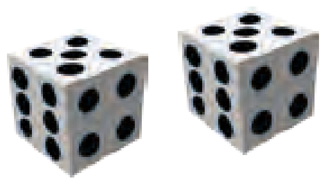
تمرین قفل یک کیف عدد ۴ رقمی و هر رقم آن یکی از اعداد ۰ تا ۱۹ ست. در کیف قفل شده و صاحب آن رمز را فراموش کرده است. او شروع به امتحان رمزهای مختلف می‌کند. اگر انتخاب و امتحان هر رمز حدود ۱۰ ثانیه طول بکشد، حداقل و حداکثر چه‌قدر طول می‌کشد تا قفل کیف باز شود؟

تمرین دو تاس را می‌اندازیم. با درنظرگرفتن حالت‌های ممکن برای این دو تاس، مشخص کنید چه‌قدر احتمال دارد:

الف)یکی از تاس‌ها ۲ و دیگری ۳ بیاید؟

ب) جفت ۶ بیایند؟

ج) مجموع عدد تاس‌ها ۷ شود؟

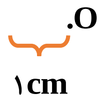


نکته) تعداد حالت‌های ممکن برای n بار پرتاب یک سکه یا جنسیت n فرزند یک خانواده برابر 2^n می‌باشد.

جلسه ۳۳ : دایره

۱– تعریف دایره

دایره مکان هندسی مجموعه نقاطی از .... است که از یک نقطه ثابت به نام .... فاصله ثابتی دارند. به این فاصله ثابت، .... می‌گویند.



تمرین پنج نقطه پیدا کنید که فاصلهٔ هر کدام از نقطهٔ O، ۱ سانتی‌متر باشد.اگر این نقطه‌ها را بیشتر و بیشتر کنیم، چه شکلی ایجاد می‌شود؟

۲– وضعیت نسبی دو خط

دو خط متمایز در صفحه، یا .... هستند یعنی نقطهٔ مشترکی ندارند، یا .... هستند یعنی در یک نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.

۳– وضعیت نسبی خط و دایره

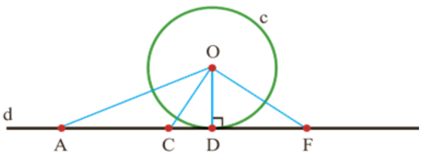
یک خط و یک دایره در صفحه سه وضعیت مختلف نسبت به هم دارند:

الف) .... ب)............................ ج)............................

شکل هر حالت را رسم کرده و در هر حالت، مشخص کنید که چند نقطه مشترک دارند؟

نکته) در حالتی که خط و دایره تنها یک نقطهٔ مشترک دارند، می‌گوییم خط بر دایره مماس است.

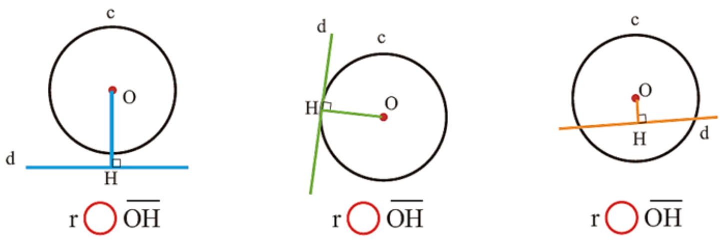
۴– فاصله نقطه از خط



فاصلهٔ یک نقطه از یک خط، عبارت است از طول .... پاره خطی که آن نقطه را به خط وصل می‌کند. در شکل زیر پاره‌خط .... فاصلهٔ مرکز دایره از خط d را نشان می‌دهد:

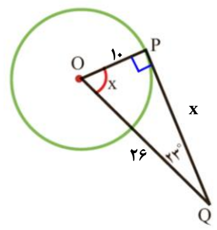
۵– زاویه بین شعاع و خط مماس در نقطه تماس

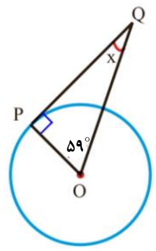
در شکل‌های زیر، r شعاع دایره و $\overline{OH}$ فاصلهٔ مرکز دایره از خط d است:



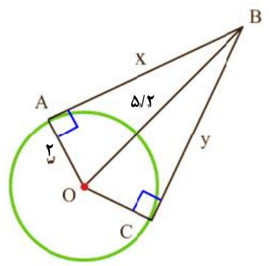
نکته) شعاع دایره در نقطهٔ تماس بر خط مماس عمود است.

تمرین در هر شکل، PQ بر دایره مماس است. در هر مورد مقدار x را پیدا کنید.





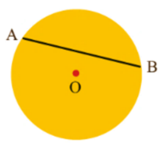
۶– اندازه مماس‌های رسم شده بر دایره از یک نقطه



تمرین از نقطهٔ B دو مماس بر دایره رســـم کرده‌ایم. فاصـــله B از هر یک به‌دست آورید. نشان دهید OB نیمساز زاویه B است.

نتیجه: اگر از نقطه‌ای خارج دایره دو مماس بر آن رسم کنیم، اندازه مماس‌ها با هم برابر است.

۷– وتر دایره

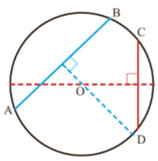


وتر دایره پاره خطی است که دو نقطه از.................... مانند A و B را به هم وصل کند.

بزرگ‌ترین وتر (که محور تقارن دایره هم محسوب می‌شود) ، .... نامیده می‌شود.

قطرها یکدیگر را در .... قطع می‌کنند.

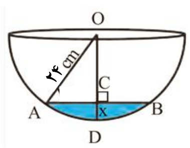
۸– روش تعیین مرکز دایره



برای تعیین کردن محل مرکز دایره، دو .... آن را رسم می‌کنیم سپس .... آن‌ها را رسم می‌کنیم. محل برخورد این دو .... ، مرکز دایره است.

۹– ویژگی وتر دایره

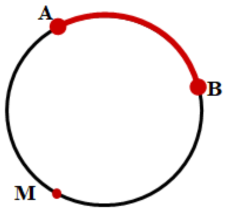
خطی که از مرکز دایره به وتر عمود می‌شـــود آن وتر را نصـــف می‌کند به عبارت دیگر این خط .... وتر است و برعکس.



تمرین در کاسهٔ کروی زیر آب ریخته‌ایم، اگر $\overline{AB}$ برابر ۳۶ باشد، حداکثرعمق آب چند سانتی‌متر است؟

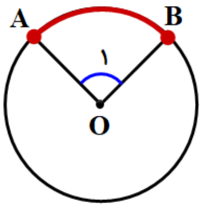
جلسه ۳۴ : کمان دایره

۱– کمان دایره



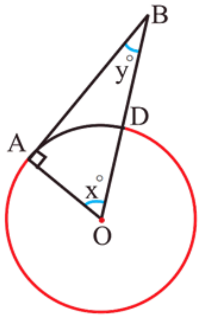
به قسمتی از محیط دایره که بین دو نقطه روی آن باشد، .... می‌گویند.
طبق تعریف منظور از کمان AB .... قسمتی از محیط بین نقاط A و B می‌باشد. اگر بخواهیم کمان بزرگ‌تر را مشخص کنیم باید نقطه دیگری روی کمان معلوم کنیم : مانند کمان AMB

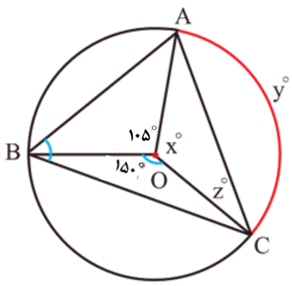
۲– زاویه مرکزی



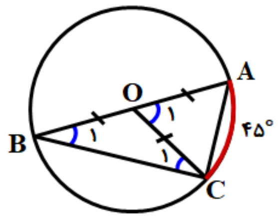
زاویه مرکزی کمان AB عبارت است از زاویه‌ای که رأس آن روی .... و دو ضلع آن محدود به نقاط A و B باشد.
اندازه زاویه مرکزی با اندازه .... روبه‌روی آن (بر حسب درجه) برابر است.
یعنی: ....

تمرین اندازهٔ کمان و زاویه‌های مجهول را پیدا کنید.

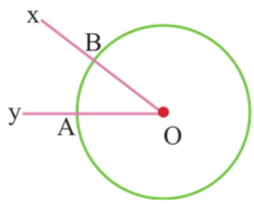




تمرین اگر AB قطر دایره باشد، زاویه‌ی B چند درجه است؟



۳– رابطه اندازه و طول کمان

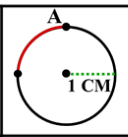
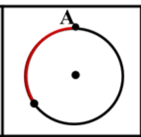
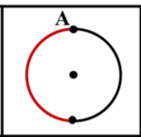
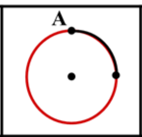
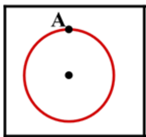


۱) اندازه کمان برحسب درجه برابر .... روبه‌رو به آن است.
۲) طول کمان بر حسب واحدهای اندازه‌گیری طول مانند متر، سانتی‌متر و ... بیان می‌شود که برابر قسمتی از .... است.

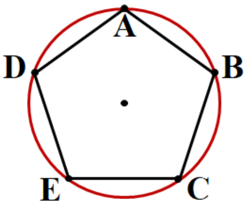
۳) رابطه بین اندازه و طول یک کمان برابر است با:

$$\frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} = \frac{\text{اندازه‌ی کمان } \overset{\frown}{AB}}{360^\circ}$$

تمرین متحرکی از نقطه‌ی A روی دایره‌ای به شعاع یک سانتی‌متر شروع به حرکت می‌کند. در هر شکل کمان طی شده مشخص شده است.جدول را کامل کنید.

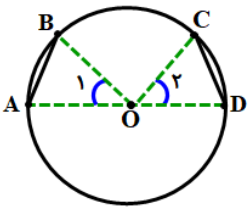
شکل					
کسر طی‌شده از دایره					
اندازه‌ی کمان طی‌شده	۹۰°		۱۸۰°		
طول تقریبی کمان طی‌شده	$\frac{۲\pi}{۴}$	$\frac{۲\pi}{۳}$			۲π محیط

۴– چند ضلعی‌های محاطی منتظم



تمرین مطابق شکل پنج نقطه به فا صله‌های معین روی محیط دایره‌ای انتخاب و به‌طور متوالی به‌هم وصـــل کرده‌ایم. ثابت کنید ABCDE پنج ضلعی منتظم است.

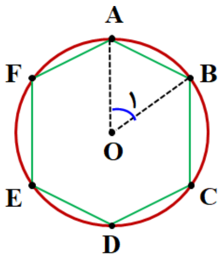
۵– رابطه اندازه کمان و اندازه وتر



تمرین ثابت کنید اگر در یک دایره، اندازه‌ی دو کمان برابر باشد، وترهای متناظر با آن‌ها نیز برابر هستند. برعکس این قضیه را نیز اثبات کنید.

۶– رسم n ضلعی‌های منتظم

تمرین با استفاده از خط‌کش و نقاله یک هفت‌ضلعی منتظم رسم کنید.



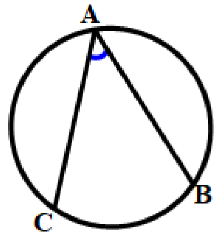
تمرین دهانه پرگار را به اندازه شعاع دایره باز کرده و از یک نقطه دایره پی‌درپی کمان می‌زنیم:

الف) دایره به .... کمان تقسیم شد. چرا این کمان‌ها با هم مساوی‌اند؟

ب) هر کمان چند درجه است

جلسه ۳۵ : زاویه محاطی

۱- زاویه محاطی



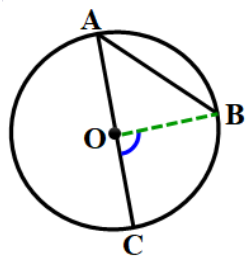
به زاو یه‌ای که رأس آن روی .... و اضــلاع آن ....

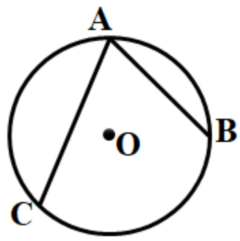
باشند، زاویه محاطی $\hat{A}$ می‌گویند.

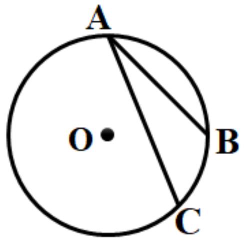
در شکل مقابل زاویه $\hat{A}$ را محاطی به کمان BC می‌نامند.

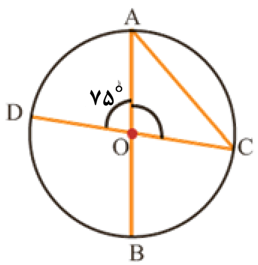
اندازه زاویه‌ی محاطی برابر .... می‌باشد. بنابراین: ....

تمرین نشان دهید در هر یک از شکل‌های زیر $\hat{A} = \frac{BC}{۲}$ است.



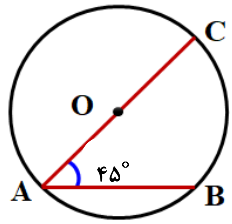


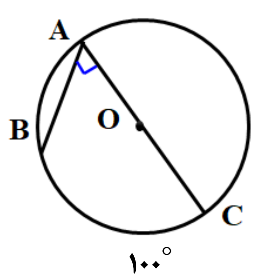


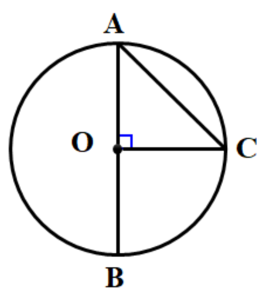


تمرین در شکل روبه رو، اندازهٔ زاویهٔ محاطی C را تعیین کنید.

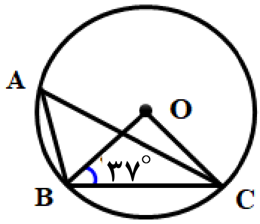
تمرین اندازه زاویه‌ها و کمان‌های خواسته شده را پیدا کنید.



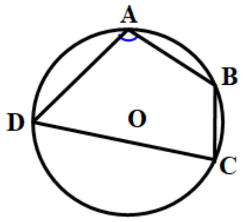




تمرین در شکل مقابل اندازه زاویه A را تعیین کنید.



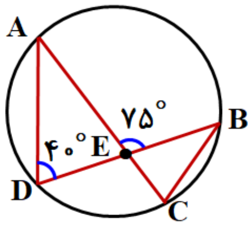
تمرین نشان دهید زاویه‌های روبه‌رو در هر چهارضلعی محاطی مکمل یکدیگر هستند.



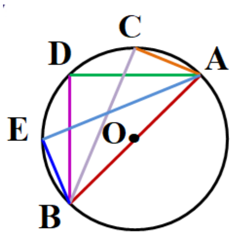
۲- زاویه‌های محاطی به یک کمان

زوایای محاطی به یک کمان همگی با یکدیگر برابرند زیرا ....

تمرین در شکل مقابل اندازه‌ی زاویه‌های $\hat{A}$ ، $\hat{B}$ و $\hat{C}$ را بیابید.



۳- زاویه‌های محاطی به قطر

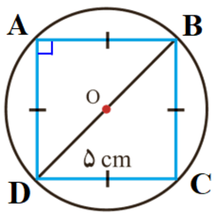


قطر AB دایره را به ۲ کمان مساوی تقسیم کرده که اندازه هر کمان .... درجه و در نتیجه اندازه زاویه‌های محاطی به این قطر .... درجه است.

تمرین در شکل زیر، همهٔ رأس‌های یک لوزی به ضلع ۱۲ سانتی‌متر روی دایره قرار دارد.

الف) چرا این لوزی، مربع است؟

ب) قطر این دایره چند سانتی‌متر است؟



تمرین در شکل زیر، پره‌ها دوازده کمان مساوی روی محیط چرخ ایجاد کرده‌اند. اگر شعاع چرخ ۳۰ سانتی‌متر باشد. با ذکر دلیل نوع مثلث ZRT و طول ZX را تعیین کنید.