



فیزیک

پایه دوازدهم



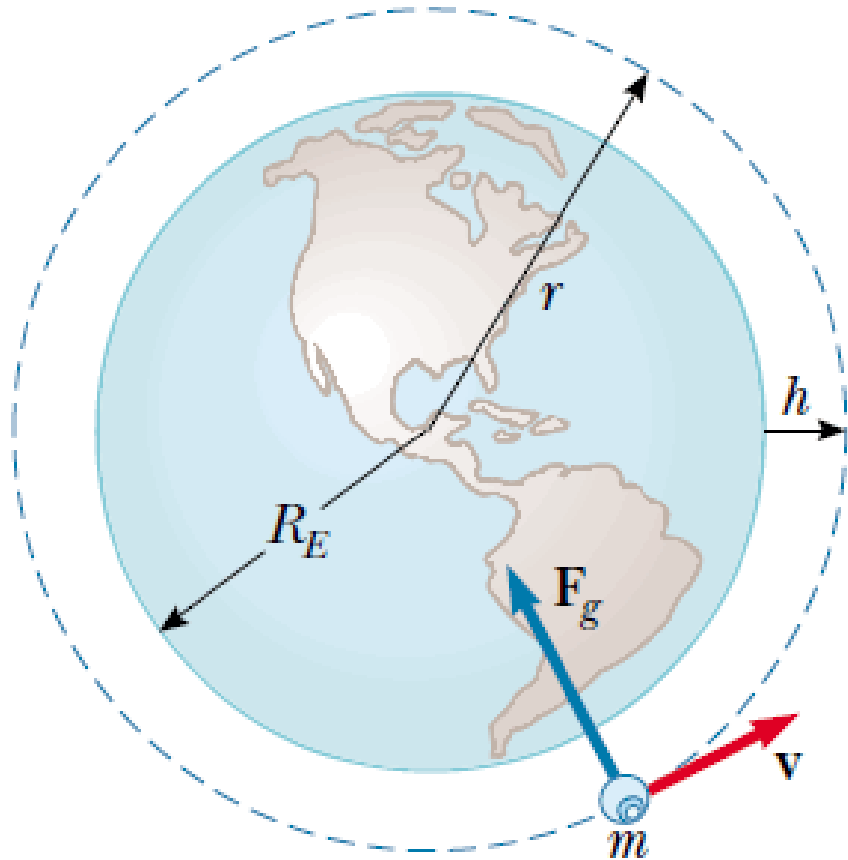
رهپویان
دانش و اندیشه

حرکت دایره ای

حرکت ماهواره (ویژه رشته ریاضی)

مدرس: نیما نوروزی

حرکت دایره‌ای ماهواره:



در حرکت دایره‌ای ماهواره به دور زمین نیروی مرکز گرای ماهواره همان نیروی گرانش زمین به آن است پس برای ماهواره‌ای به جرم m که بر روی مداری به شعاع r در حال حرکت دایره‌ای به دور کره‌ی زمین است می‌توان اثبات کرد:

حرکت دایره‌ای ماهواره:

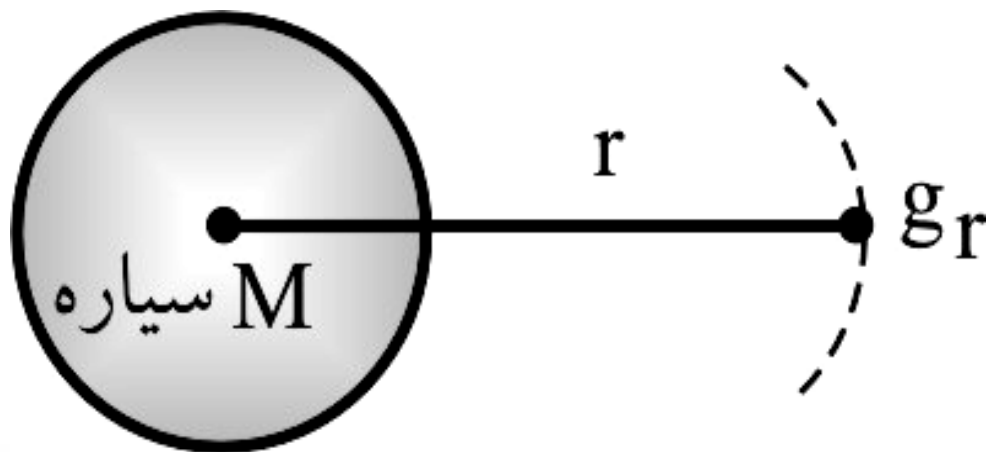
$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{G \frac{M_e}{r}} \xrightarrow{g = G \frac{M_e}{R_e^2}} v = R_e \sqrt{\frac{g}{r}}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_e}} \xrightarrow{g = G \frac{M_e}{R_e^2}} T = \frac{2\pi}{R_e} \sqrt{\frac{r^3}{g}}$$

* بنابر روابط فوق برای مقایسه تندی و دوره حرکت دو ماهواره که با دو شعاع r_1, r_2 به دور دو سیاره به جرم‌های M_1, M_2 می‌چرخند داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \times \frac{M_1}{M_2}}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2} \times \frac{M_2}{M_1}}$$



* برای بدست آوردن شتاب مرکزگرای ماهواره‌ای که در فاصله h از سطح زمین قرار دارد عبارت است از:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

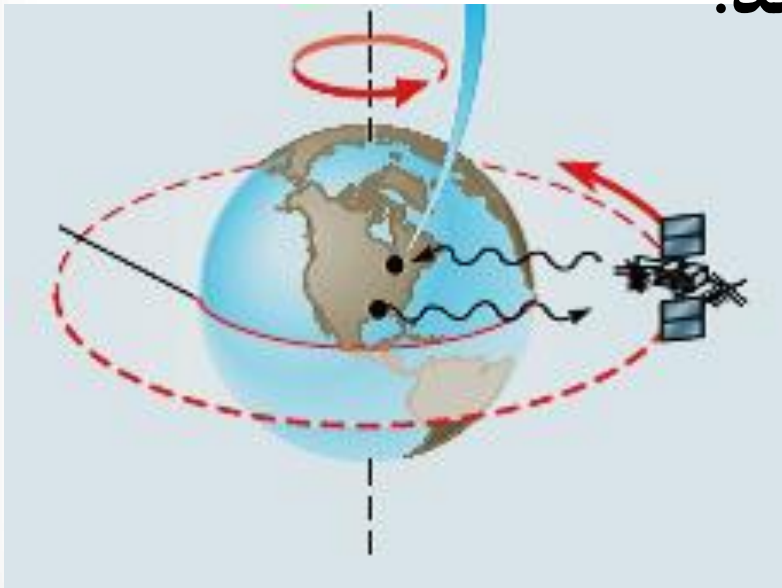
* با توجه به نکته فوق برای به دست آوردن نیروی مرکزگرای ماهواره داریم:

$$F = mg'$$

* دقت شود در کلیه روابط حرکت ماهواره منظور از شعاع فاصله از مرکز زمین است نه سطح زمین بنابراین اگر فاصله ماهواره از سطح زمین برابر h باشد داریم :

$$r = R_e + h$$

* مدار همگام با زمین و ماهواره‌های مخابراتی: از دیدگاه مخابراتی، باقی ماندن ماهواره در یک محل نسبت به مکانی در روی زمین امتیاز محسوب می‌شود. این در صورتی رخ می‌دهد که دوره گردش ماهواره به دور زمین با مدت زمان یک دور چرخش زمین به دور خودش، یعنی $24/0h$ یکسان باشد.



تست: ماهواره‌ای به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین به دور آن می‌چرخد. اگر نیروی مرکزگرای ماهواره $\frac{1}{16}$ وزن ماهواره در سطح زمین باشد، ارتفاع h چند برابر شعاع زمین است؟

9 (3

4 (2

3 (1

16 (4

پاسخ:

$$g = \frac{GM_e}{r^2} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{\frac{g_h}{g_0} = \frac{1}{16}}$$

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow R_e + h = 4R_e \Rightarrow h = 3R_e$$

9 (3

4 (2

3 (1 ✓

16 (4

تست: فاصله ماهواره A از سطح زمین به اندازه شعاع زمین و فاصله ماهواره B تا سطح زمین ۷ برابر شعاع زمین است. دوره گردش ماهواره B چند برابر دوره گردش ماهواره A است؟

8 (3

4 (2

2 (1

16 (4

پاسخ:

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{R_e + h_B}{R_e + h_A}\right)^3} \xrightarrow[h_B = 7R_e]{h_A = R_e}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt{\left(\frac{8R_e}{2R_e}\right)^3} = 8$$

2 (1

4 (2 ✓

8 (3

تست: ماهواره A به جرم m در ارتفاع $h = R_e$ از سطح زمین به دور آن می‌چرخد، ماهواره B به جرم $2m$ در فاصله چند R_e از سطح زمین به دور آن بچرخد تا تندی آن نصف تندی ماهواره A باشد؟ (R_e شعاع زمین است)

$$(1) \quad 7 \quad (2) \quad 2\sqrt{2} \quad (3) \quad 4\sqrt{2} \quad (4) \quad 2$$

پاسخ:

$$\frac{v_B}{v_A} = \sqrt{\frac{r_A}{r_B}} \xrightarrow[r_A = R_e + h_A = 2R_e]{v_B = \frac{1}{2}v_A, h_A = R_e}$$

$$\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{2R_e}{r_B}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{2R_e}{r_B} \Rightarrow r_B = 8R_e$$

$$\Rightarrow R_e + h_B = 8R_e \Rightarrow h_B = 7R_e$$

7 (1✓)

$7\sqrt{2}$

$4\sqrt{2}$

(3

تست: یک ماهواره در فاصله 800 کیلومتری از سطح زمین دور می‌زند، اگر شتاب جاذبه در روی زمین $9.8 \frac{m}{s^2}$ و شعاع زمین 6400km باشد، تندی ماهواره چند کیلومتر بر ساعت است؟

- (1) 2480 (2) 8960 (3) 13440 (4) 26880

پاسخ:

$$v = R_e \sqrt{\frac{g_0}{r}} \xrightarrow{r=R_e+h=6400+800=7200\text{km}=72\times 10^5\text{m}} \\ g_0=9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, R_e=6400\text{km}=64\times 10^5\text{m}$$

$$v = 64\times 10^5 \times \sqrt{\frac{9/8}{72\times 10^5} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\Rightarrow v = 64\times 10^5 \sqrt{\frac{98}{72\times 10^6}} = 64\times 10^5 \times \sqrt{\frac{49}{36\times 10^6}}$$

پاسخ:

$$= \frac{7 \times 64}{6} \times 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\xrightarrow{\times 3/6} v = \frac{7 \times 64}{6} \times 10^2 \times 3 / 6 = 26880 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

✓ 13440 (3

8960 (2

2480 (1

26880 (4

تست: ماهواره‌ای به جرم 250kg در یک مدار دایره‌ای به دور زمین می‌چرخد،

اگر فاصله ماهواره از سطح زمین 1600 کیلومتر باشد، انرژی جنبشی ماهواره

چند گیگاژول است؟
($R_e = 6400\text{km}$, $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(1) 6/4

(2) 64

(3) 640

(4)

6400

پاسخ:

$$v = R_e \sqrt{\frac{g_0}{r}} \xrightarrow[r = R_e + h = 6400 + 1600 = 8000 \text{ km}]{g_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, R_e = 6400 \text{ km}}$$

$$v = 6400 \times 10^3 \times \sqrt{\frac{10}{8000 \times 10^3}} = \frac{16}{\sqrt{5}} \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 250 \times \left(\frac{16}{\sqrt{5}} \times 10^3 \right)^2$$

پاسخ:

$$= 6400 \times 10^6 \text{ J} = 6.4 \text{ GJ}$$

640 (3

64 (2

6/4 (1 ✓

6400 (4

تست: ماهواره‌های A و B به دور زمین می‌چرخند، جرم ماهواره A، $\frac{5}{4}$ جرم ماهواره B است، اگر بزرگی تکانه دو ماهواره باهم برابر باشد، شعاع مدار ماهواره B چند برابر شعاع مدار ماهواره A است؟

- (1) 20 (2) 80 (3) $\frac{4}{5}$ (4) $\frac{16}{25}$

پاسخ:

$$p_A = p_B = m_A v_A = m_B v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A} = \frac{4}{5}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{16}{25}$$

$$\frac{16}{25} \checkmark$$

$$\left(3 \frac{3}{2}\right)$$

$$80 \quad (2)$$

$$20 \quad (1)$$

$$(4)$$

رهپویان

دانش و اندیشه

