



فیزیک

پایه دوازدهم



رهپویان
دانش و اندیشه

حرکت دایره ای

نیروی مرکزگرا و انواع حالات آن (۱)
(ویژه رشته ریاضی)

مدرس: نیما نوروزی

نیروی مرکز‌گرا:

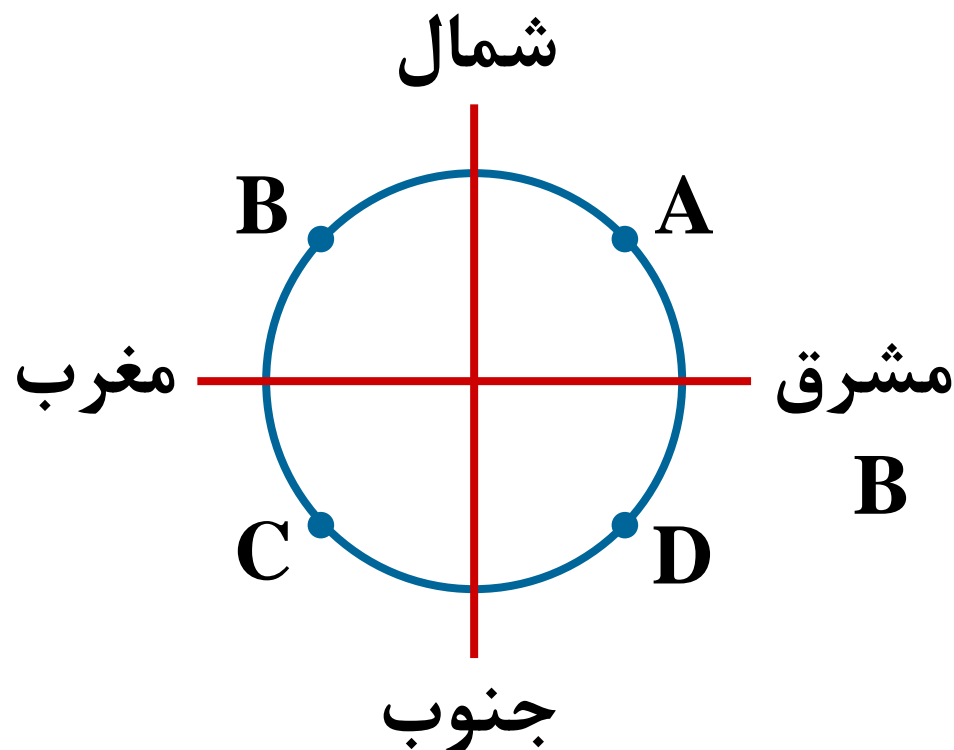
دیدیم شتاب جسم در حرکت دایره‌ای یکنواخت در راستای شعاع دایره و جهت آن به طرف مرکز دایره است. از قانون دوم نیوتون می‌دانیم شتاب یک جسم را نیروی خالص وارد بر آن ایجاد می‌کند و شتاب جسم همواره در راستا و جهت نیروی خالص وارد بر جسم است. بنابراین؛ در حرکت دایره‌ای یکنواخت حتماً نیروی خالص رو به مرکزی سبب ایجاد شتاب مرکز‌گرا می‌شود. به این نیروی خالص که منجر به حرکت دایره‌ای می‌شود، نیروی مرکز‌گرا می‌گوییم.

با توجه به قانون دوم نیوتون و رابطه شتاب مرکز گرامی توانیم رابطه نیروی مرکز گرامی را به صورت زیر بنویسیم:

$$F_{\text{net}} = m \frac{v^2}{r}$$

تست: مسیر حرکت اتومبیلی که در یک سطح افقی، حرکت دورانی یکنواخت دارد، مطابق شکل زیر است، در کدام یک از نقاط زیر، جهت شتاب اتومبیل طرف

جنوب غربی است؟

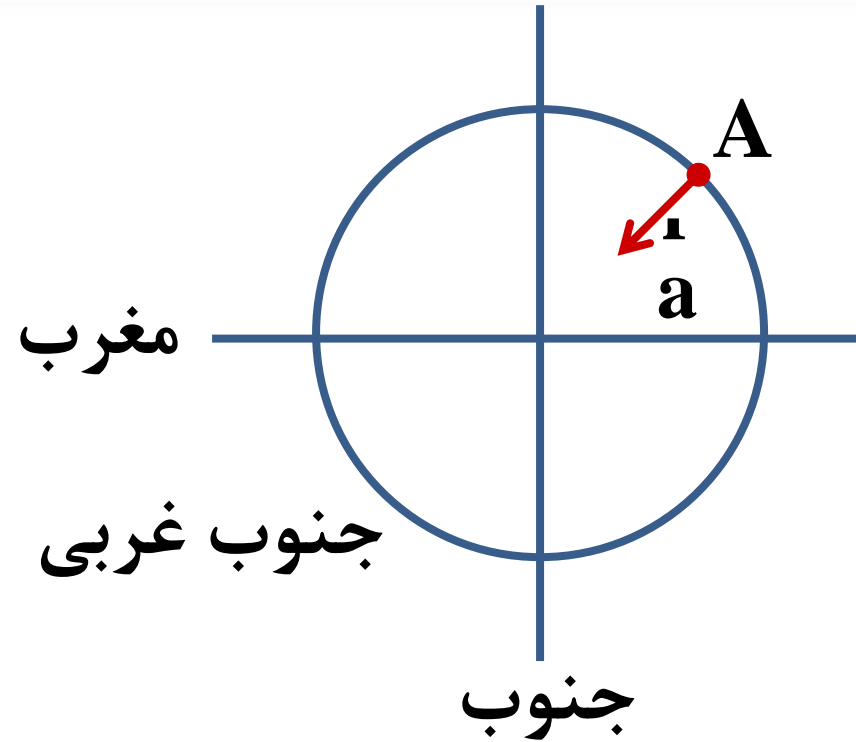


A (1)

B (2)

B و D (4)

C و A (3)



C

و

A (3

B (2

A (1



B و D (4

تست: جسمی به جرم 4 کیلوگرم در مدت 2 ثانیه، $\frac{\pi}{2}$ رادیان از مسیر دایره‌ای افقی به شعاع 20cm را به طور یکنواخت طی می‌کند، اندازه نیروی مرکز‌گرایی حرکت چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, $\pi = 3$)

- (1) 8 (2) 0/45 (3) 16 (4)
- 45

پاسخ:

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \times 2 \Rightarrow T = 8s$$

$$F = ma \Rightarrow F = m \times \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4 \times 4 \times 9 \times 0.2}{64} \Rightarrow F = 0.45N$$

16 (3

0.45 (2



8 (1

45 (4

تست: ذره‌ای به جرم m با تندی ثابت v در مسیر دایره‌ای به شعاع R می‌چرخد نیروی وارد بر آن در هر لحظه در جهت ----- بوده کار آن نیرو در یک دوره برابر ----- است.

(1) عمود بر مسیر $2\pi mv^2$ ✓ (2) عمود بر مسیر - صفر

(3) مسیر $2\pi mv^2$ (4) مسیر - صفر

پاسخ:

$$W_F = Fd \cos \alpha \xrightarrow[\cos 90^\circ = 0]{\alpha = 90^\circ} W_F = 0$$

تست: در شکل زیر دو جسم A و B به جرم‌های $m_A = 2\text{kg}$ و $m_B = 4\text{kg}$ روی میله‌ای به طول 1m حرکت دایره‌ای یکنواخت حول نقطه O انجام می‌دهند. نیروی مرکزگرای وارد بر جسم A چند برابر نیروی مرکزگرای وارد بر جسم B است؟



- | | | |
|----|---|----------------|
| (1 | 8 | $2\frac{1}{8}$ |
| (3 | 4 | $4\frac{1}{4}$ |

پاسخ:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{r_A}{r_B} \times \left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2$$

$$\begin{array}{l} r_A = 20\text{cm}, r_B = 100 - 20 = 80\text{cm} = 4r_A \\ T_A = T_B, m_B = 2m_A \end{array} \rightarrow \frac{F_A}{F_B} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{4} \quad 4 \quad (3$$

$$(2 \quad \frac{1}{8} \quad \checkmark$$

(4

$$8 \quad (1$$

تست: گلوله‌ای به جرم 50 گرم در صفحه xoy روی یک دایره به مرکز مبدأ مختصات حرکت دایره‌ای یکنواخت انجام می‌دهد، اگر بردار سرعت گلوله در لحظه $t = 0$ در نقطه $(-2m, 0)$ به صورت $\mathbf{v} = \pi \mathbf{i} \left(\frac{m}{s} \right)$ باشد، بردار نیروی برآیند وارد بر گلوله در لحظه $t = \frac{1}{2} s$ در SI کدام است؟ $(\pi^2 = 10)$

$$\frac{\sqrt{2}r}{4}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}r}{4}\mathbf{j} \quad \left(\frac{\sqrt{2}r}{8}\mathbf{i} - \frac{\sqrt{2}r}{8}\mathbf{j} \right) \quad -\frac{\sqrt{2}r}{4}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}r}{4}\mathbf{j} \quad -\frac{\sqrt{2}r}{8}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}r}{8}\mathbf{j} \quad (4)$$

پاسخ:

$$F = \frac{mv^2}{r} \xrightarrow{m=50 \times 10^{-3} \text{ kg}, r=2\text{m}, v^2=\pi^2=10\text{m/s}}$$

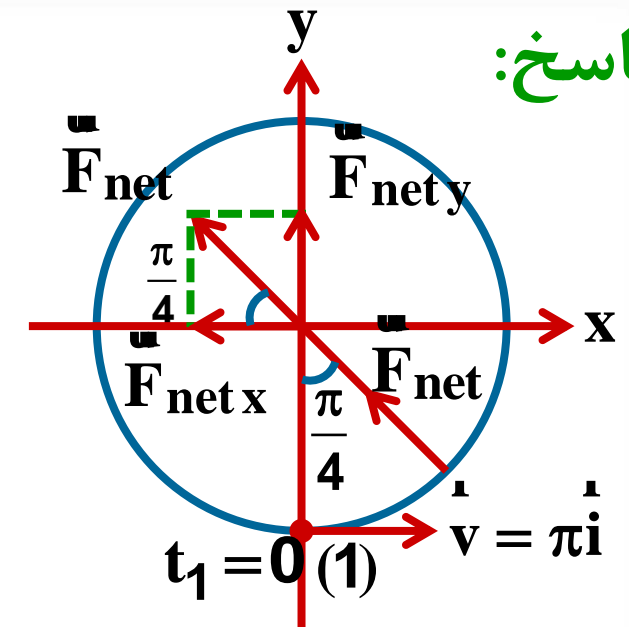
$$F = \frac{50 \times 10^{-3} \times 10}{2} = \frac{1}{4} \text{ N}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \times 2}{\pi} = 4\text{s}$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{T} \Delta t \xrightarrow{\Delta t=\frac{1}{2}\text{s}, T=4\text{s}} \Delta\theta = \frac{2\pi}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$$

پاسخ:

$$\vec{F} = -F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \xrightarrow[\substack{F_x = F_y = F \cos \alpha \\ F = \frac{1}{4}N, \alpha = 45^\circ}]{}$$



$$\vec{F} = -\frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}r}{2} \hat{i} + \frac{1}{4} \times \frac{\sqrt{2}r}{2} \hat{j} \Rightarrow \vec{F} = -\frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{j}$$

$$\frac{\sqrt{2}r}{4} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}r}{4} \hat{j}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{i} - \frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{j} \right)$$

$$-\frac{\sqrt{2}r}{4} \hat{i} + \left(\frac{\sqrt{2}r}{4} \hat{j} \right)$$

$$-\frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{i} + \frac{\sqrt{2}r}{8} \hat{j} \quad (1 \checkmark)$$

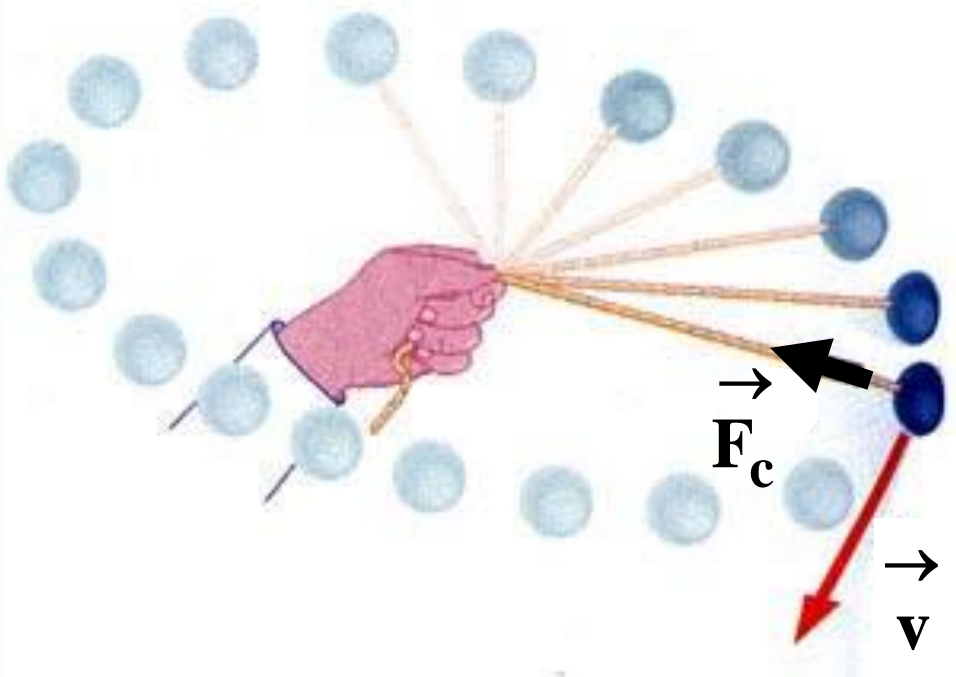
(4

انواع حالات حرکت دایره‌ای:

همان‌طور که دیدیم هر جسم در حرکت دایره‌ای خود نیاز به یک نیروی مرکزگرا دارد که در بررسی انواع حالات این نوع حرکت باید ابتدا نیروی مرکزگرای جسم را تشخیص داده و در رابطه مساوی با معادله آن قرار دهیم. برای راحت‌تر حل شدن مسائل و تست‌های آن به دسته‌بندی آن‌ها می‌پردازیم:

(۱) حرکت دایره‌ای افقی جسم متصل به طناب:

اگر جسمی به طنابی متصل باشد و حرکت دایره‌ای افقی انجام دهد در این صورت نیروی مرکز گرا همان نیروی کشش نخ می‌باشد:

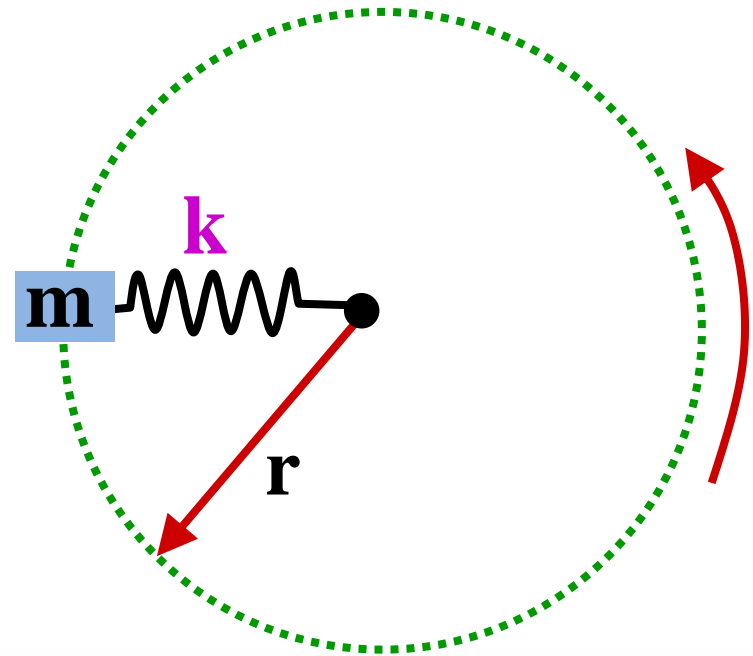


$$T = m \frac{v^2}{r}$$

۲) حرکت دایره‌ای افقی جسم متصل به فنر:

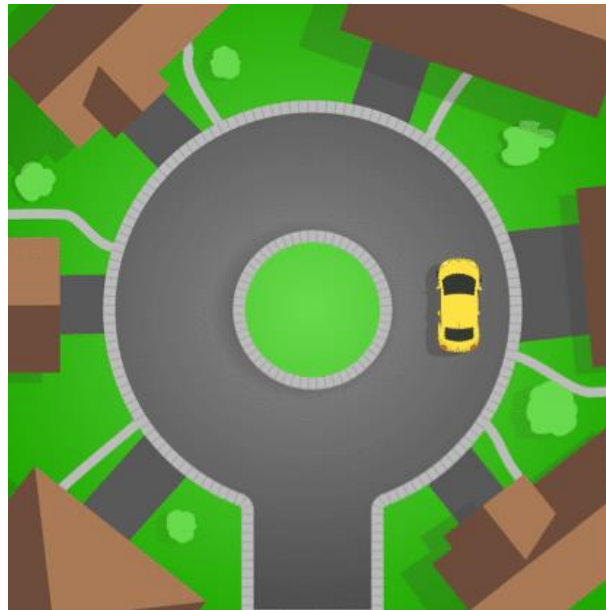
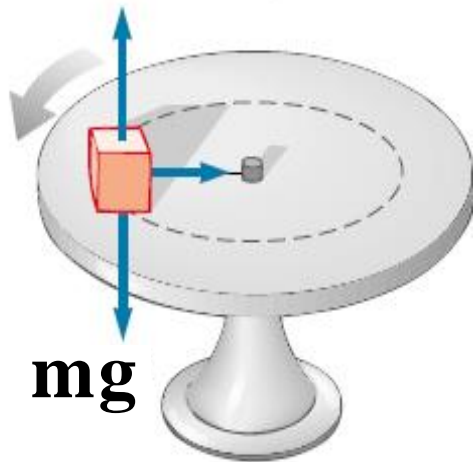
اگر جسمی به فنری متصل باشد و حرکت دایره‌ای افقی انجام دهد در این صورت نیروی مرکز گرا همان نیروی کشش فنر می‌باشد:

$$kx = m \frac{v^2}{r}$$



(۳) جسم بر روی سطح دوار یا ماشین در پیچ افقی:

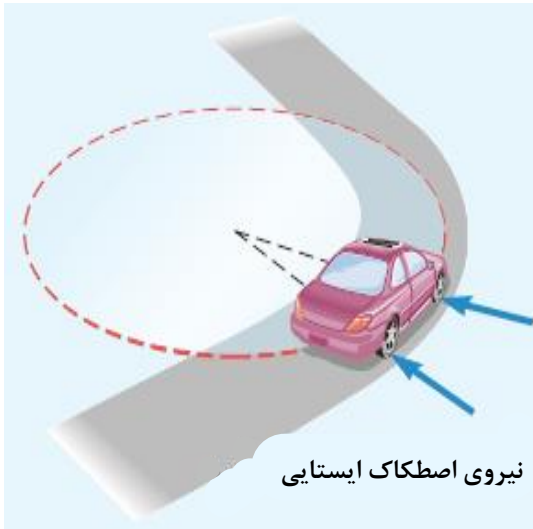
اگر جسمی روی سطح دواری قرار گیرد و همراه با آن حرکت دایره‌ای انجام دهد و یا ماشینی بر روی پیچ افقی حرکت کند آنگاه نیروی مرکز گرا، نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح است:



$$f_s = m \frac{v^2}{r}$$

(۳) جسم بر روی سطح دوار یا ماشین در پیچ افقی:

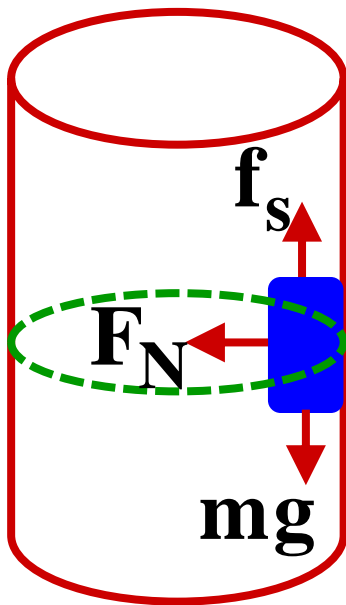
در حالت فوق اگر بخواهیم حداکثر سرعت جسم یا به عبارت دیگر سرعت جسم در آستانه لغزش از دایره را بدست آوریم از رابطه زیر استفاده می کنیم:



$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s r g}$$

(۴) دوران درون استوانه:

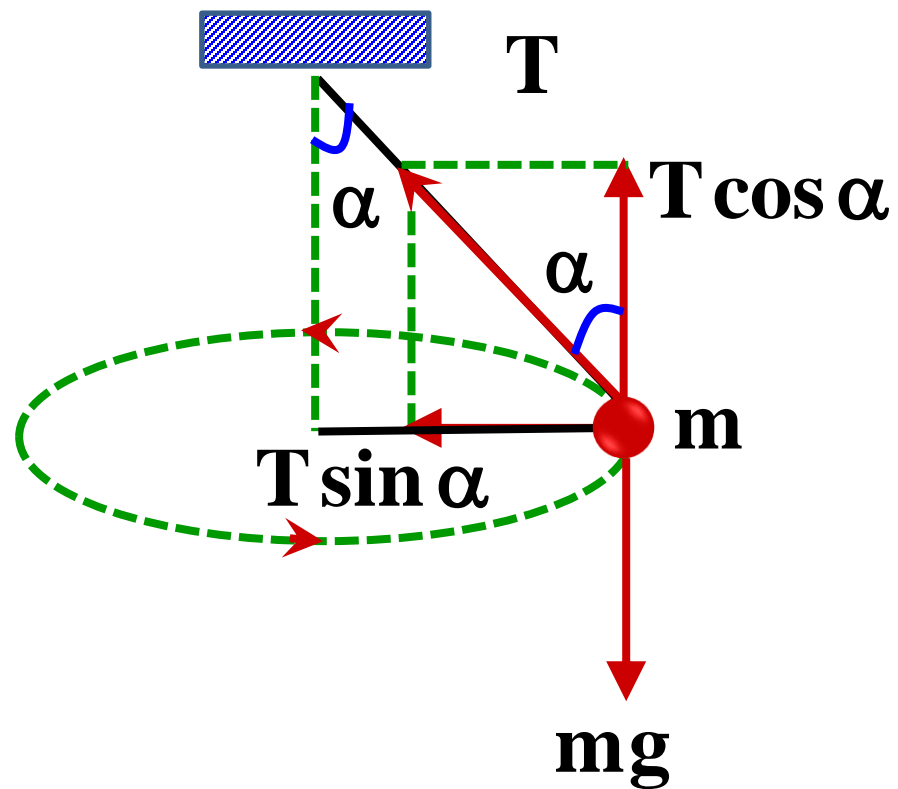
در حرکت دایره‌ای درون استوانه نیروی مرکز گرا نیروی عمودی سطح است:



$$f_s = mg$$

$$F_N = m \frac{v^2}{r}$$

(۵) حرکت دایره‌ای مخروطی :



$$\left. \begin{aligned} T \sin \alpha &= m \frac{v^2}{r} \\ T \cos \alpha &= mg \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\tan \alpha = \frac{v^2}{rg}$$

رهپویان

دانش و اندیشه

